원광대학교
WONKWANG UNIVERSITY

NEW WAY, NEW LEADER WONKWANG UNIVERSITY

과목명: 재무관리

담당교수: 원광대학교 경영학부 정호일

주교재: 현대재무관리(저자: 장영광)

제8장 자본자산가격결정모형(CAPM)

1. 자본자산가격결정모형
2. 위험투자안에 대한 투자결정
3. 차익가격결정모형 (APT)

< 학습목표 >

- **CAPM** 의 의의
- 자본시장선(**CML**)과 증권시장선(**SML**)의 차이
- 총위험, 체계적 위험, 비체계적 위험의 구분
- 기대수익과 위험의 상충관계와 **CAPM**의 투자결정에의 이용법
- **APM**의 의의와 차익거래 개념

1. CAPM (Capital Asset Pricing Model)

(1) 의의와 가정

1) **CAPM** : 자본자산이 균형상태일때 적정가격?

2) **CAPM**의 재무의사결정에의 활용 분야

① 기업의 자기자본비용 추정

② 위험 실물투자안의 요구수익률 추정과 투자결정

③ 과소.과대평가된 증권의 선별

④ 주주의 기회투자수익률과 주식의 내재가치 추정

⑤ 펀드매니저 등에 대한 투자성과 평정

By W.S. Sharpe(1964), J. Lintner(1965) , Mossin(1965)

- 가정

  ① (평균 분산 기준) 의 가정

  ② (동질적) 미래예측의 가정

  ③ (완전) 시장의 가정

  ④ 무위험자산의 가정

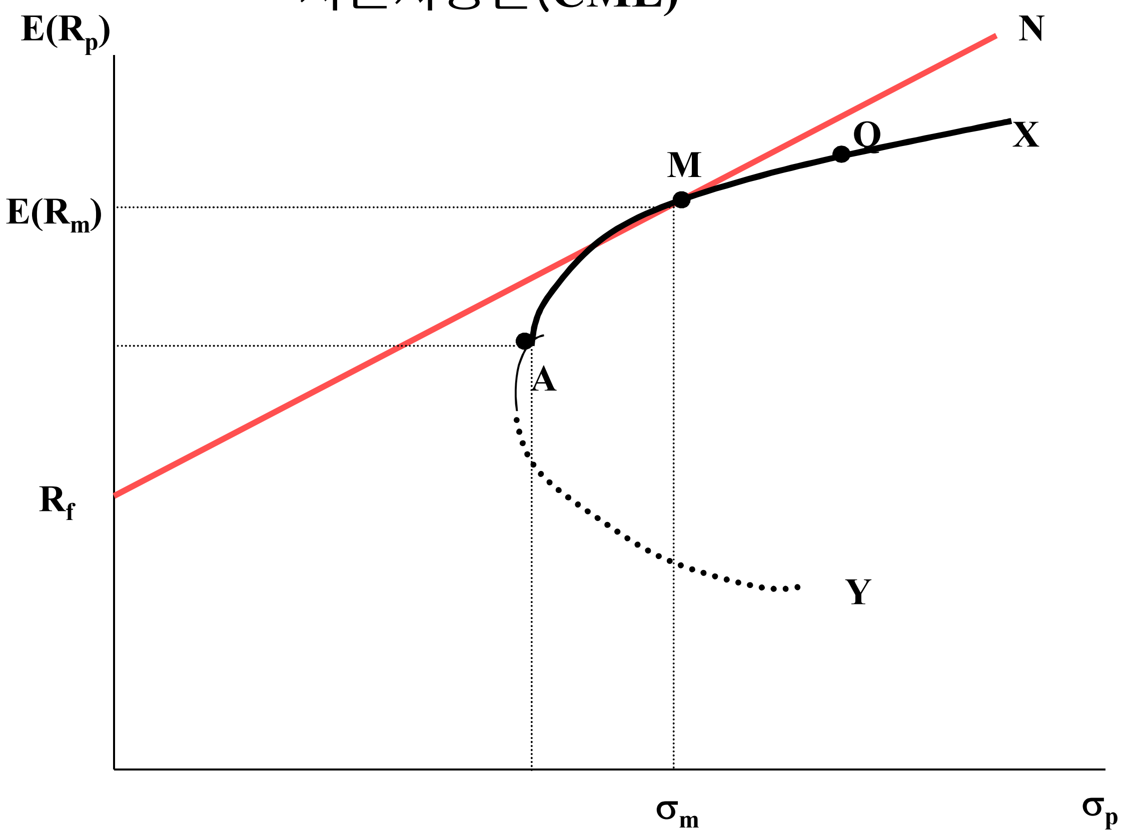
  ⑤ 균형시장의 존재의 가정

- **CAPM** : **CML (Capital market line 자본시장선)**
  SML (Security market line 증권시장선)

(2) 자본시장선 (CML: Capital market line)

- (무위험자산   )도 포함할 경우의 효율적 투자선

자본시장선(CML)



- **“ M ” (Market Portfolio)**

① 위험자산 중에서 (유일하게) 효율적
(**RVAR = [E(R_p) – R_f] / σ_p**이 극대화 **)**

② 위험선호도에 (관계없이) 모든 투자자의 선호대상
(**Tobin**의 분리이론: 투자자마다 다른 것은 두 자산에 대한 투자비율 **)**

③ (모든) 종목 포함
(w_i =개별자산 시가총액 / 시장전체 시가총액 **)**

④ (완전) 분산투자

⑤ 대용치 : (종합주가지수)

- 자본시장선(***CML***)

– (무위험자산)도 포함시킬 경우 균형된 자본시장에서
(완전분산투자)된 (효율적 포트폴리오)의 기대수익과 위험의
선형적 관계를 표시

$$E(R_p) = R_f + \frac{E(R_m) - R_f}{\sigma_m} \sigma_p$$

(3) 증권시장선 (SML: Security market line)

＊ 의의 : (비효율적) Portfolio까지 포함한 경우의 기대수익과 위험의 선형적 관계

1) 증권특성선과 체계적 위험

$$\sigma_p{}^2 = \Sigma\Sigma w_i w_j \sigma_{ij} = \underset{(i=j)}{\Sigma w_i{}^2 \sigma_i^2} + \underset{(i\neq j)}{\Sigma\Sigma w_i w_j \sigma_{ij}}$$

개별종목 고유위험 　 타종목과의 공분산 위험 〔시장위험〕

개별증권 가격변동	=	시장전체(공통요인)에 연동된 가격변동	+	개별기업 특유요인에 의한 가격변동

$$\boxed{R_{jt} = \alpha_j + \beta_j R_{mt} + \varepsilon_{jt}}$$

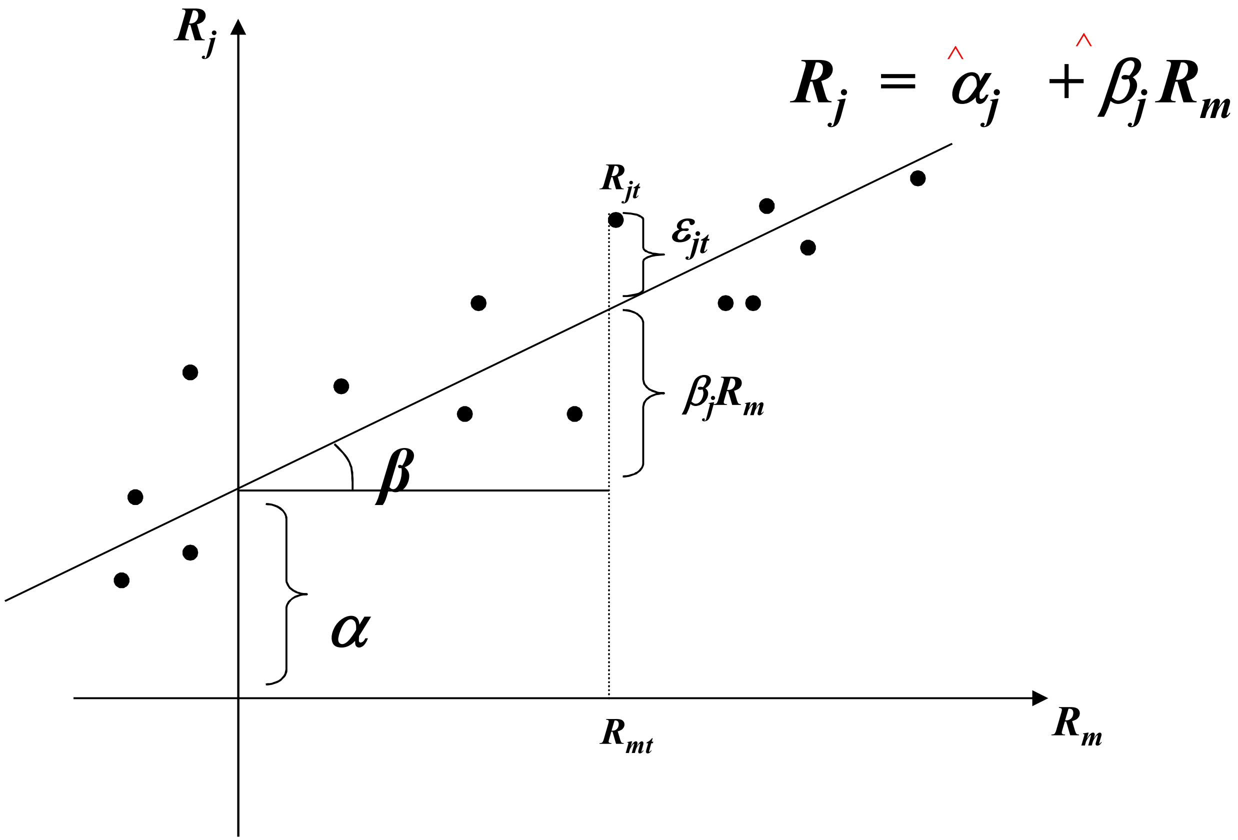
단, R_{jt} : t시점에서의 자산 j의 수익률(확률변수)

R_{mt} : t시점에서의 시장지표의 수익률(확률변수)

α_j : 회귀계수 절편

β_j : 회귀계수 기울기, 　 ε_{jt} : 잔차항(확률변수)

증권특성선(*CL*: **characteristic line**)



-회귀계수 β, α은 증권의 특성을 나타냄

➔ (증권특성선 **CL: Characteristic Line**)

β_j : 시장전체 움직임에 대한 (평균적 민감도)

$\beta_j = 1.0$ $\beta_j > 1.0$ $\beta_j < 1.0$

- 시장위험의 정도를 측정한 것

α_j : 초과수익

ε_{jt} : 개별기업 고유사건에 의한 잔차수익률

➢ 베타계수와 잔차분산의 추정

$$\hat{\beta}_j = \frac{\Sigma\, [R_{jt} - E(R_j)]\,[\,R_{mt} - E(R_m)\,]}{\Sigma\, [R_{mt} - E(R_m)\,]^2} = \frac{Cov(R_j\,, R_m)}{\sigma^2\,(R_m)}$$

$$\hat{\alpha}_j = \overline{R}_j - \hat{\beta}_j\,\overline{R}_m$$

$$\varepsilon_{jt} = R_{jt} - \hat{R}_{jt} = R_{jt} - \hat{\alpha}_{jt} - \hat{\beta}_{jt}\,R_{mt}$$

[예제] 증권특성선과 베타계수의 추정

일 자	현대자동차	하이트맥주	KOSPI
2010.01.31	0.276	0.077	0.203
2010.02.28	0.003	0.134	- 0.067
2010.03.30	0.072	- 0.011	- 0.100
2010.04.30	0.180	0.016	0.098
2010.05.31	0.204	0.112	0.059
2010.06.29	0.114	- 0.130	- 0.028
2010.07.31	- 0.250	- 0.032	- 0.094
2010.08.31	- 0.035	0.076	0.007
2010.09.28	- 0.237	0.014	- 0.128
2010.10.31	0.214	0.011	0.114
2010.11.30	0.200	0.091	0.180
2010.12.28	0.057	0.044	0.075

풀이

① 현대자동차[4)]

	현대자동차	하이트맥주	KOSPI
기대수익률	6.7%	3.4%	2.7%
표준편차	17.2	7.2	11.2

i) 현대자동차와 KOSPI의 공분산

$\sigma_{jm} = [(0.276 - 0.067)(0.203 - 0.027) + (0.003 - 0.067)(-0.067 - 0.027) + \cdots\cdots]$

$\div 12 = 0.014347$

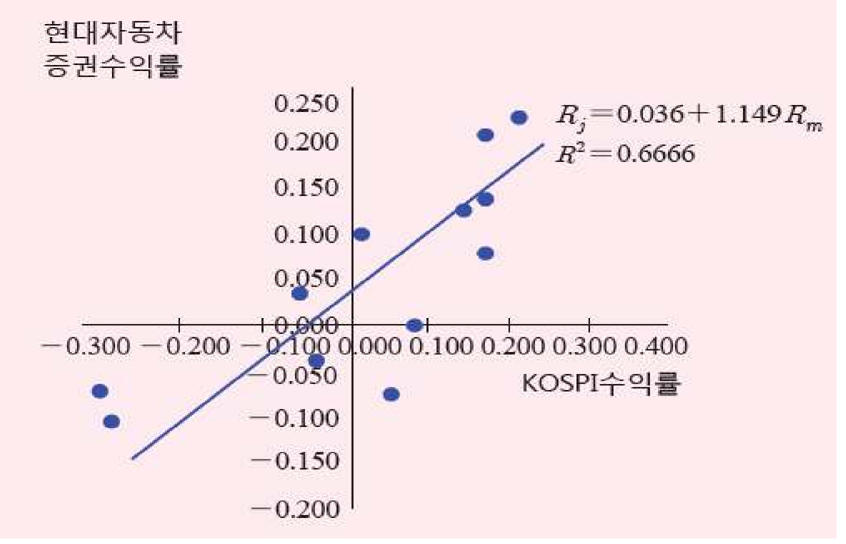
∴ 현대자동차의 β계수 :

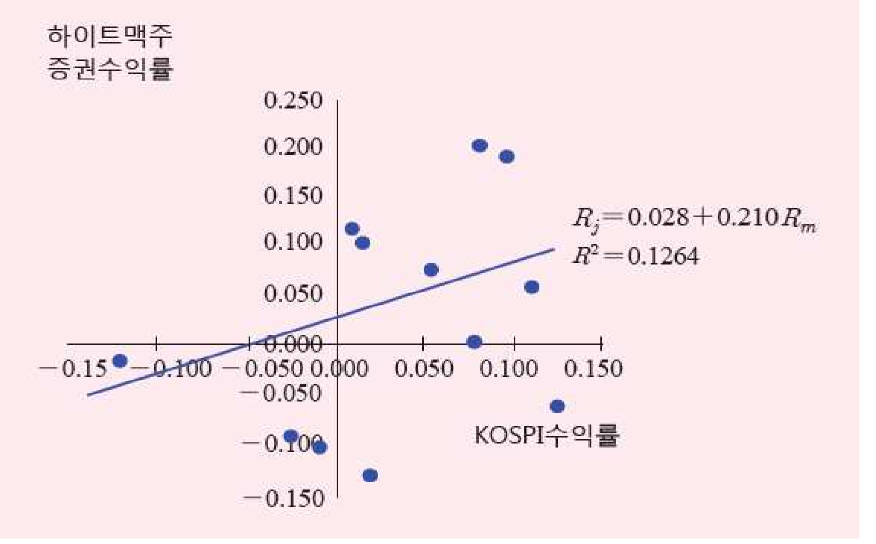
$$\beta_j = \frac{\sigma_{jm}}{\sigma_m^2} = \frac{0.01435}{0.01249} = 1.149$$

ii) $\alpha_j = 0.067 - 1.149(0.027) = 0.036$

따라서 증권특성선은 $R_j = 0.036 + 1.149R_m$

현대자동차의 β계수가 1.149라는 것은 시장수익률이 10% 증감할 때, 현대자동차의 투자수익률은 평균적으로 11.49%만큼 증감하는, 공격적 증권의 성향이 있음을 뜻한다.





② 마찬가지 방법으로 하이트맥주에 대하여 추정하면

i) 하이트맥주와 KOSPI의 공분산 $\sigma_{jm} = 0.00263$

∴ 하이트맥주의 β계수 :

$$\beta_j = \frac{\sigma_{jm}}{\sigma_m^2} = \frac{0.00263}{0.01249} = 0.210$$

ii) $\alpha_j = 0.034 - 0.210(0.027) = 0.028$

따라서 증권특성선은 $R_j = 0.028 + 0.210R_m$

하이트맥주의 β계수가 0.210이라는 것은 시장수익률이 10% 증감할 때, 하이트맥주의 투자수익률은 평균적으로 2.1%만큼 증감하는, 방어적 증권의 성향이 있음을 뜻한다.

2) 체계적 위험과 비체계적 위험

$$\sigma^2_j = E[R_j - E(R_j)]^2$$

$$R_{jt} = \alpha_j + \beta_j R_{mt} + \varepsilon_{jt}$$

$$E(R_j) = \alpha_j + \beta_j E(R_{mt})$$

$$\sigma^2_j = \beta_j^2 \sigma^2_m + \sigma^2(\varepsilon_j)$$

총위험 = 분산불능위험 + 분산가능위험

(체계적위험) (비체계적위험)

$$\sigma^2_p = \beta_p^2 \sigma^2_m + \sigma^2(\varepsilon_p)$$

$$\beta_p = \Sigma W_j \beta_j$$

$$\sigma^2(\varepsilon_p) = \Sigma W_j^2 \sigma^2(\varepsilon_j)$$

⇒ 개별증권의 위험 중에서 체계적 위험만이 중요

〔β 위험〕

3) 증권시장선 (SML)의 도출

: (비효율적) **Portfolio**까지 포함한 경우의 기대수익과 위험의 선형적 관계

- 개별증권의 위험

  : 효율적 **Portfolio**(시장포트폴리오)분산에 대한 개별증권의 기여도

$$\sigma^2_P = \beta_P^2 \sigma^2_m + \sigma^2(\varepsilon_P)$$

* 종위험 = (체계적위험) + (비체계적위험)

= 분산불능위험 + 분산가능위험

주식 j가 시장 포트폴리오 위험에서 차지하는 비율

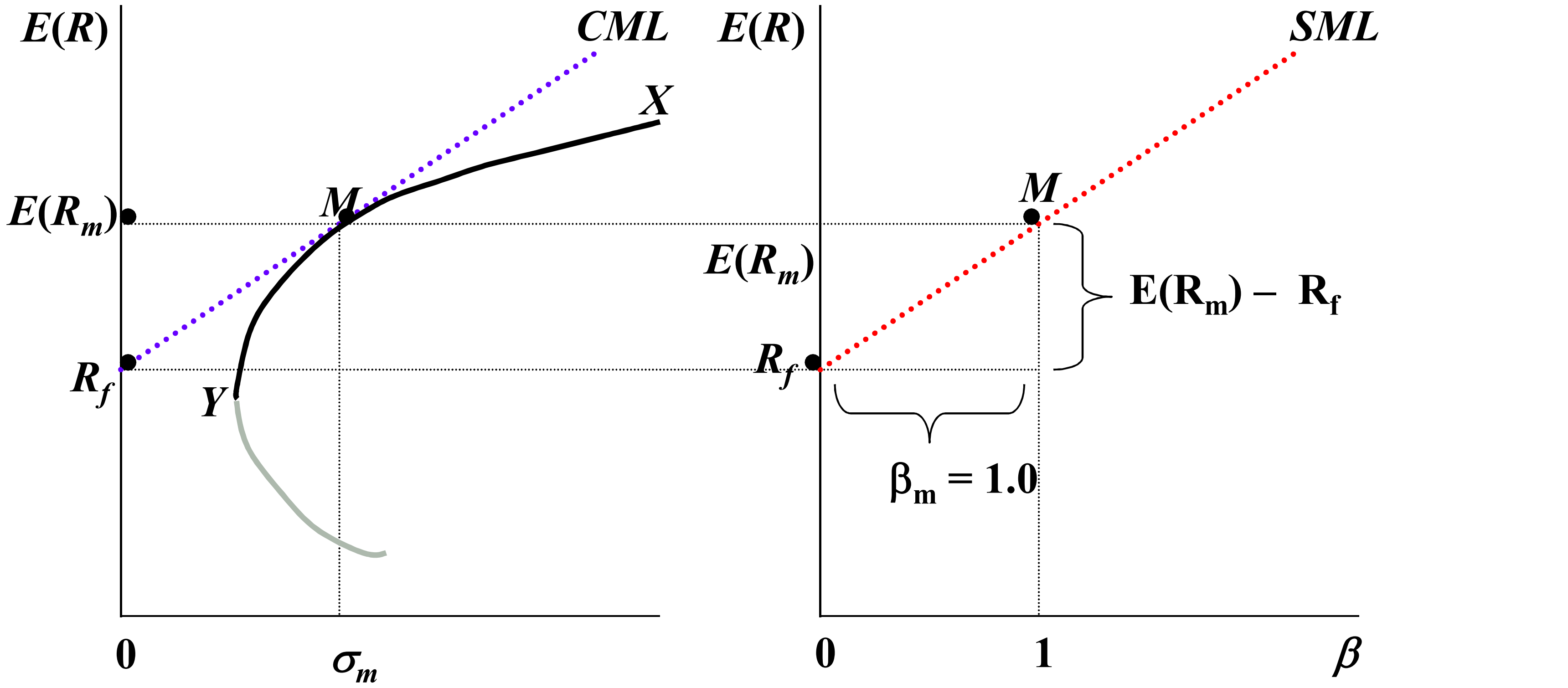
$$= \frac{w_j \sigma_{jm}}{\sigma^2_m} = w_j \frac{\sigma_{jm}}{\sigma^2_m} = w_j \cdot \beta_j \qquad \beta = \frac{\sigma_{jm}}{\sigma^2_m}$$

→ 개별증권의 위험 = β 위험

σ_{jm} (공분산 위험)

* 증권시장선: β 와 기대수익의 선형적 관계를 나타낸 것.

$$E(R_j) = R_f + [\,E(R_m) - R_f\,]\,\beta_j$$



[무위험자산 $(0, R_f)$, 시장포트폴리오 $(1, E(R_m))$]

(a) 자본시장선(CML) (b) 증권시장선(SML)

$$SML: \quad E(R_j) = R_f + [E(R_m) - R_f]\beta_j$$

함 축

① (체계적위험) 만이 적절한 위험

② 기대수익과 β 와의 관계는 (선형적)관계

(4) CML과 SML의 비교

CML	$E(R)$, (σ) 공간에 표시 , (효율적) 포트폴리오
SML	$E(R)$, (β) 공간에 표시 , (비효율적)포트폴리오까지

- 주식 A : $\sigma_A = 25\ \%$ $\sigma^2_A = 0.0625$ $\beta_A = 1.2$

  주식 B : $\sigma_B = 14.4\ \%$ $\sigma^2_B = 0.020736$ $\beta_B = 1.2$

$E(R_m) = 12\ \%$, $\sigma_m = 12\ \%$, $\sigma^2_m = 0.0144$, $R_f = 7\ \%$

	요 구 수 익 률	위 험
A	$k_A = 0.07 + (0.12 - 0.07)(1.2) = 0.13$	$0.0625 = (1.2)^2(0.0144) + 0.0418$
B	$k_B = 0.07 + (0.12 - 0.07)(1.2) = 0.13$	$0.02074 = (1.2)^2(0.0144) + 0.0000$

➢ CML ($E(R)$, σ 공간) 에서의 개별주식의 위치와 等 베타선

- (베타) 가 동일하면 (동일한) 수평선상 (요구수익률)에 위치함

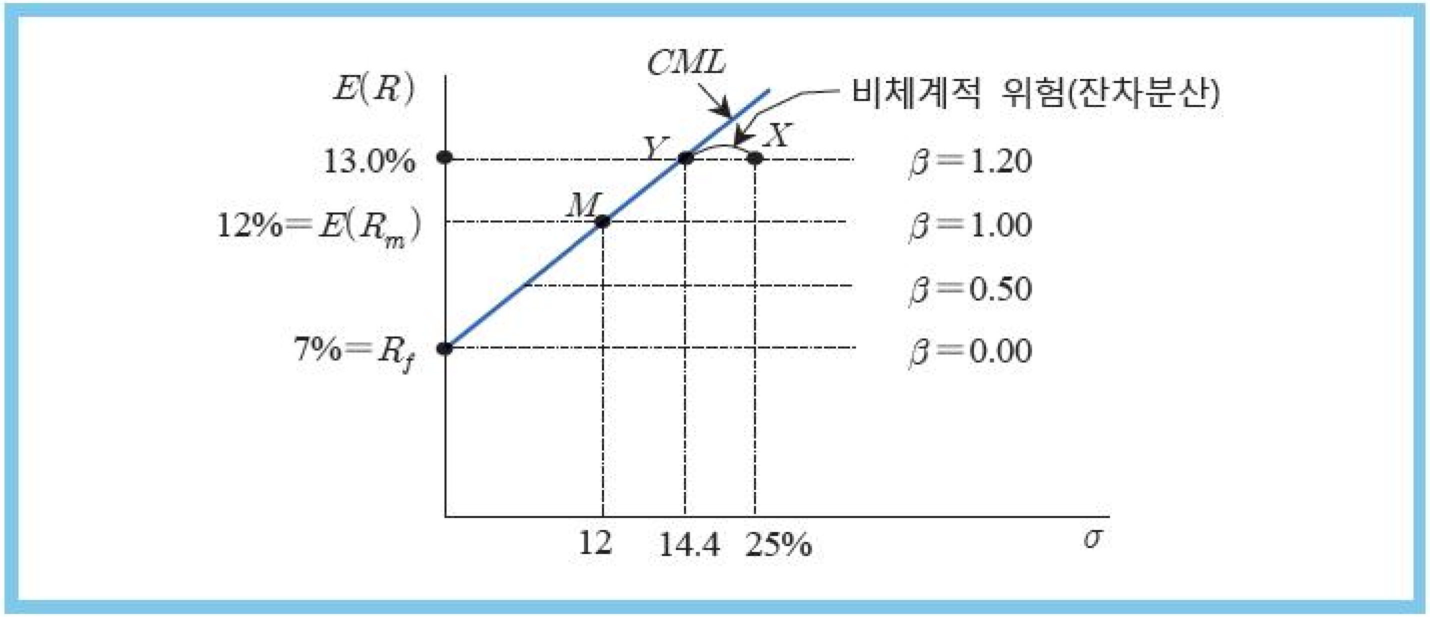
➔ **등베타선 (iso-beta line)**

잔차분산 = 0 인 경우 : CML 상에 위치함

잔차분산 > 0 인 경우 : CML의 우측에 위치함

그림 8-5

CML과 SML의 관계



2. 위험투자안에 대한 투자결정

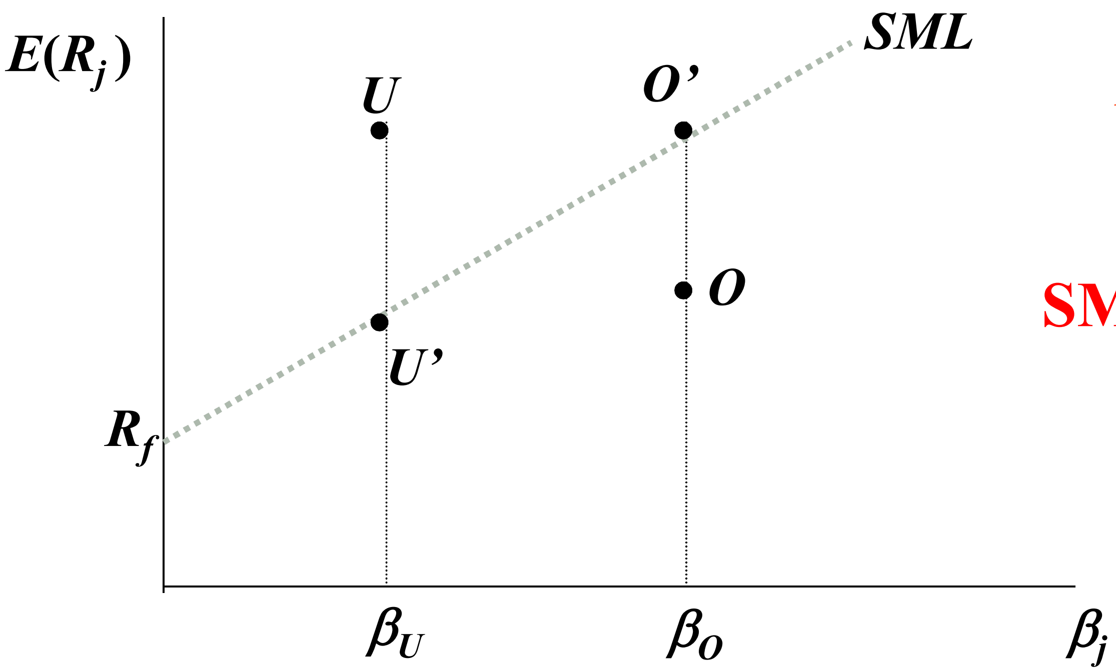
(1) 투자결정에 반영되어야 할 투자위험의 형태

총위험 = 체계적 위험 + 비체계적 위험

- 분산투자가 자유롭지 못한 경영자나 기업주 ➔ 총위험
- 정상적 자본시장에서의 투자자 ➔ 체계적 위험

(2) 위험하의 자본예산

증권시장선과 균형가격의 형성



$$E(R_j) = R_f + [\,E(R_m) - R_f\,] \bullet \beta_j$$

SML → 균형상태의 기대수익률

주주요구수익률(k),

자기자본비용(k_e)

< SML을 이용한 위험투자안 평가방법 >

- 투자자금을 자기자본으로만 조달함을 가정

-투자안의 요구수익률(k) < 예상 투자수익률($E(R)$) ➔ 채택

투자안의 요구수익률(k) > 예상 투자수익률($E(R)$) ➔ 기각

〔예제〕

부채를 사용하고 있지 않는 ㈜엔젤전자에서는 기존의 **TV**생산라인을 확장하여 **LED**, 냉장고, 휴대폰 사업에 대한 투자를 고려 중이다. 다음은 이들 제품라인과 시장관계자료이다.

구 분	TV	LED	냉장고	휴대폰
예상수익률	0.24	0.22	0.15	0.18
시장포트폴리오의 공분산	0.8	0.6	0.5	0.3

*시장포트폴리오 기대수익률 $E(R_m) = 0.2$, 분산 $\sigma^2 = 0.5$, 무위험이자율 $R_f = 0.1$

(1) 위험을 고려하지 않는다면 어떤 순서로 투자를 선택할 것인가?

(2) 증권시장선(*SML*)식을 제시하라.

(3) 각 투자사업에 대한 요구수익률을 계산하고,
수익성에 문제 있는 투자사업을 지적하라.

〔 풀이 〕

(1) 투자위험을 고려하지 않는다면 투자사업의 예상수익률 (**IRR**)이 높은 순서대로, 즉 **TV, VCR,** 냉장고, **Audio** 순으로 투자안을 선택한다.

(2) $SML: E(R_j) = R_f + [\,E(R_m) - R_f\,] \cdot \beta_j$

$$= 0.1 + (0.2-0.1)\,\beta_j \;=\; 0.1 + 0.1\,\beta_j$$

(3) 각 투자사업의 요구수익률은 위의 *SML*에 베타계수를 계산하여 추정. 과대.과소 여부의 판단은

요구수익률(k) < 예상 투자수익률($E(R)$) ⇒ 채택

요구수익률(k) > 예상 투자수익률($E(R)$) ⇒ 기각

투자사업	베타계수(β_j)	요구수익률	예상수익률	과대/과소 평가여부
TV(A)	$\frac{0.8}{0.5} = 1.6$	0.1 + 0.1(1.6) = 26%	24%	2% 과대평가
LED(B)	$\frac{0.6}{0.5} = 1.2$	0.1 + 0.1(1.2) = 22%	22%	0% 균형수익
냉장고(C)	$\frac{0.5}{0.5} = 1.0$	0.1 + 0.1(1.0) = 20%	15%	5% 과대평가
휴대폰(D)	$\frac{0.3}{0.5} = 0.6$	0.1 + 0.1(0.6) = 16%	18%	2% 과소평가

3. 차익가격결정이론(APT)

(1) 차익거래결정모형의 특징과 요인모형

- **CAPM** : (단일) 공통요인인 (시장포트폴리오)와의 민감도 (체계적 위험)의 선형함수

  시장포트폴리오의 대용지수가 효율적이면 수학적으로 항상 성립.

  그러나 **true portfolio** 관찰은 불가능 : **CAPM** 검증 가능성에 대한 회의

  1976년 **S.A Ross**에 의해 **APT** 제시됨

- **APT** : (다수) 공통요인에 대한 민감도 (체계적위험)의 선형함수

1) 차익거래결정모형의 특징

① 균형상태에서는
추가 위험부담 없이 (초과수익) 획득이 불가능

② (잘 분산투자된) 포트폴리오 구성 (*cf*, 시장포트폴리오)

③ (다수) 공통요인과의 선형관계 (*cf* : 단일공통요인)

2) 차익거래

- 일 물 일 가 의 법칙 (**law of one price**)
- 零 의 순투자 (**zero investment portfolio**)
- 차익거래(재정)포트폴리오 (**arbitrage portfolio**)

  : 零 의 (순투자), (체계적위험)이 零 인 포트폴리오를 구성하여 초과이익을 얻고자 하는 투자안
- 차익거래 포트폴리오 구성의 예

3) 요인모형

$$R_j = E(R_j) + U_j \qquad (1)$$

$$R_j = E(R_j) + S_j + j \qquad (2)$$

$$R_j = E(R_j) + \beta_j F + j \qquad (3)$$

$$R_j = E(R_j) + \beta_{j1}F1 + \beta_{j2}F2 + \ldots\ldots + \beta_{jk}F_k + j \qquad (4)$$

단, $E(R_j)$: 주식 j의 기대수익률

β_{jk} : 주식 j 수익률의 k요인에 대한 베타계수

F_k : 공통요인 k의 예상치 못한 변동, $k=1, 2, \cdots\cdots, k$

($F_k \equiv$공통요인의 실현된 값−공통요인에 대한 기대값)

ε_j : 주식 j의 기업고유요인에 기인하는 수익률 변동

(2) *APT*의 도출

- 증권수익률의 움직임 : (다수 공통요인)의 선형함수(다요인 모형)로 표시

$$R_j = E(R_j) + \beta_{j1}F1 + \beta_{j2}F2 + \ldots\ldots + \beta_{jk}F_k + j$$

- 증권기대수익률

  : 균형상태에서는 증권 j수익률의 공통적인 (F_k)에 대한 민감도(β_{jk})의 선형함수로 표시

$$E(R_j) = \lambda_0 + \lambda_1 \beta_{j1} + \lambda_2 \beta_{j2} + - - - - - - - + \lambda_k \beta_{jk}$$

$$= R_f + [\delta_1 - R_f]\,\beta_{j1} + [\delta_2 - R_f]\,\beta_{j2} + - - - - - + [\delta_k - R_f]\,\beta_{jk}$$

- 차익 포트폴리오의 구성

① $\sum_{j=1}^{n} w_j = 0$: 추가적 투자가 없다(no net investment).

② $\sum_{j=1}^{n} w_j \beta_{jk} = 0$: 추가적 위험부담 없다(no net risk).

③ $E(R_p) = \sum_{j=1}^{n} w_j E(R_j) = 0$: 초과기대수익률은 0 (no net return).

- $k = 2$ (2요인 모형의 경우)

$$R_j = \alpha_j + \beta_{j1} F_1 + \beta_{j2} F_2 + \varepsilon_j$$

$$E(R_j) = \alpha_j + \beta_{j1} F_1 + \beta_{j2} F_2$$

$$\sigma^2(R_j) = \beta_p F_1 + \beta_{j2} F_2 + \varepsilon_j$$

-잘 분산된 포트폴리오 를 구성하면,

잔차분산$\sigma^2(\varepsilon_p)$은 0에 기까워지기 때문에,

체계적위험 β_{p2}, β_{p2} 만이 중요해진다.

➢ 균형상태에서 $E(R_p)$와 β_{p1}, β_{p2} 의 관계

$\Rightarrow$ 동일한 (β_k)에 대해서는 동일한 (기대수익률)이 성립되어야 함

그렇치 않으면 차익거래가 발생함

예제 무위험자산 $R_f = 6\ \%$, $\beta_{Rf} = 0$,

증권 A : $\beta_A = 1.2$, $E(R_A) = 12\ \%$ 증권 D : $\beta_B = 0.6$, $E(R_D) = 8\ \%$

R_f(50 %) + A(50 %)로 투자하여 포트폴리오 C를 구성하면

$$\beta_c = 0 \times (1/2) + 1.2 \times (1/2) = 0.6$$

$$E(R_c) = 0.06 \times (1/2) + 0.12 \times (1/2) = 0.09$$

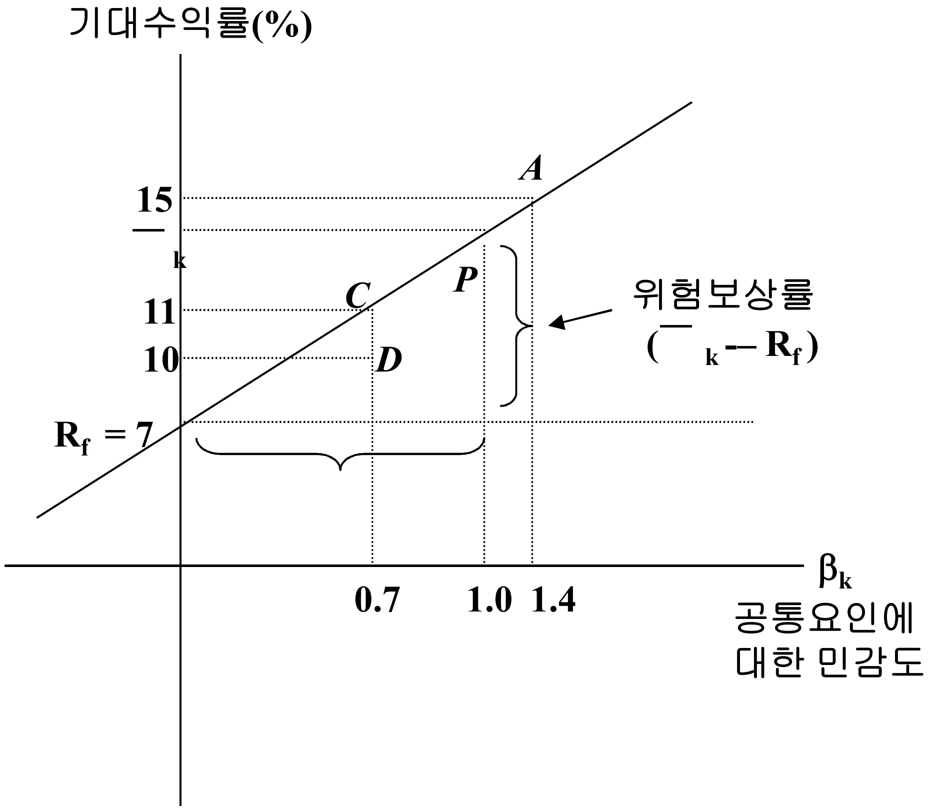
증권 **D**와 포트폴리오 **C**를 비교하면 동일 β이지만

$E(R_D) < E(R_C)$

∴ **D** 를 공매, 그 자금으로 포트폴리오 **C**에 투자하면

초과이익이 발생함

<그림> 기대수익률과 체계적위험과의 관계 : 차익거래기회



< APT 도출 과정 >

$$\frac{E(R_{A1}) - R_f}{\beta_{A1}} = \frac{E(R_{C1}) - R_f}{\beta_{C1}} = \frac{\bar{E}(R_{p1}) - R_f}{\beta_{p1}(1.0)} = (\text{상수}) \qquad (1)$$

λ_k : k공통요인 1단위의 체계적 위험(β)에 대한 위험보상률

$$E(R_p) = R_f + \quad \beta_P \qquad (2)$$

$$E(R_{Fk}) = R_f + \quad {}_k\beta_k \qquad (3)$$

$$\delta_k = R_f + \lambda_k \quad , \quad \lambda_k = \delta_k - R_f \qquad (4)$$

$$\begin{aligned} E(R_j) &= R_f + [\delta_1 - R_f]\,\beta_{j1} + [\delta_2 - R_f]\,\beta_{j2} + \text{-----} + [\delta_k - R_f]\,\beta_{jk} \\ &= R_f + \lambda_1\beta_{j1} + \lambda_2\beta_{j2} + \text{-----} + \lambda_k\beta_{jk} \qquad (5) \\ &= R_f + \Sigma\lambda_k\beta_{jk} \qquad (k = 1, 2, 3 \text{---} n) \end{aligned}$$

[예제 8-6] APT와 무위험차익거래방법

무위험이자율이 12%인 상황에서, 두 가지의 공통요인, GNP성장률(요인 1 : F_1)과 이자율(요인 2 : F_2)의 기대수익률이 각각 $E(R_{F1})=15\%$, $E(R_{F2})=17\%$이다.

한편 충분히 분산투자된 포트폴리오 P가 있는데, 이를 두 공통요인 F_1과 F_2에 대한 베타계수가 각각 $\beta_{p1}=0.6$, $\beta_{p2}=1.4$이다. 그리고 이 포트폴리오 P의 예상수익률이 17%이다.

① 요인포트폴리오 1, 2의 요인모형과 요인 1, 2에 대한 위험프리미엄을 제시하라.
② 포트폴리오 P의 요인모형과 포트폴리오 P의 두 요인에 노출된 위험보상률의 합계를 구하라.
③ 균형상태에서의 포트폴리오 P의 기대수익률을 구하라.

풀이

① 요인포트폴리오 1, 2의 요인모형과 요인 1, 2에 대한 위험보상률

요인포트폴리오 1의 요인모형 : $R_{F1}=E(R_{F1})+1\cdot F_1=0.15+1\cdot F_1$

요인포트폴리오 2의 요인모형 : $R_{F2}=E(R_{F2})+1\cdot F_2=0.17+1\cdot F_2$

요인 1에 대한 위험보상률 : $\lambda_1=E(R_{F1})-R_f=0.15-0.12=0.03$

요인 2에 대한 위험보상률 : $\lambda_2=E(R_{F2})-R_f=0.17-0.12=0.05$

② 포트폴리오 P의 요인모형과 포트폴리오 P에 대한 위험보상률

- 포트폴리오 P의 요인모형 : $R_p=E(R_p)+0.6F_1+1.4F_2$
- 공통요인 F_1과 F_2에 대해 1단위의 체계적 위험을 부담함으로써 투자자들이 얻는 위험보상률은 각각 3%, 5%이므로 포트폴리오 위험보상률은 이 값에 베타값을 곱한 것의 합이 될 것임.

$$\lambda_1\beta_{p1}+\lambda_2\beta_{p2}=(0.03)(0.6)+(0.05)(1.4)=0.018+0.07=0.088$$

③ 균형상태에서의 포트폴리오 P의 기대수익률

$$E(R_p)=R_f+[E(R_{F1})-R_F]\beta_{p1}+[E(R_{F2})-R_F]\beta_{p2}$$

$$=R_f+\lambda_1\beta_{p1}+\lambda_2\beta_{p2}=0.12+(0.03)(0.6)+(0.05)(1.4)=0.208$$

수고하셨습니다.