푸리에변환 : 내적

2011. 3.

Vector Representation : 2-Dimension

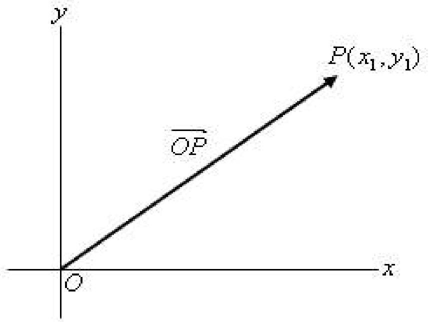
- **Basis Vector :** 직교하는 두 개의 단위 벡터 X, Y

- **Vector** 의 선형결합 표현 **:** $P = x_1 X + y_1 Y$

- **Vector 의 표현 :** 선택한 두 기저벡터 방향의 성분값 x_1, y_1 을 이용하여 행렬형태로 표현

- N-tuple of **N-Dimensional Vector :**

$$\boxed{P = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}}$$



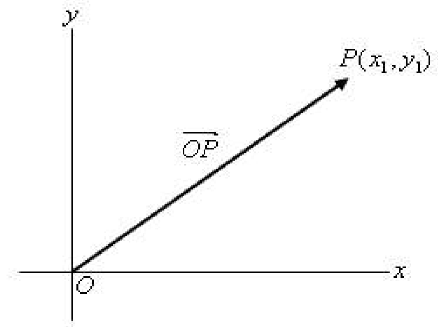
Magnitude of a Vector : 2-Dimension

- N-tuple of **N-Dimensional Vector :**

$$P = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$$

- **Manitude :** 피타고라스 정리를 이용, 성분값을 이용

$$\|P\| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$$



Vector 의 연산 : 2-Dimension

- **Vector Addition :** 두 벡터의 각 성분값의 합으로 더해서 얻어진 벡터의 성분값으로 계산

$$X = [x_1 \quad y_1]^T, Y = [x_2 \quad y_2]^T \quad \Rightarrow \quad X + Y = [x_1 + x_2 \quad y_1 + y_2]^T$$

- **Scalar Multiplication :** 어떤 벡터에 스칼라 값을 곱하여 얻어지는 새로운 벡터의 성분값은 곱해지는 벡터의 각 성분값에 곱하는 스칼라값을 곱해서 얻어진다.

$$kX = [kx_1 \quad ky_1]^T$$

Vector Representation : N-Dimension

- **N-Dimensional Vector :** $X = \begin{bmatrix} x[0] & x[1] & \cdots & x[N-1] \end{bmatrix}^T$

- **Manitude :** $\|X\| = \sqrt{x[0]^2 + x[1]^2 + \cdots + x[N]^2}$

- **Vector Addition :**
$$X = \begin{bmatrix} x[0] & x[1] & \cdots & x[N-1] \end{bmatrix}^T$$
$$Y = \begin{bmatrix} y[0] & y[1] & \cdots & y[N-1] \end{bmatrix}^T$$

$$X + Y = \begin{bmatrix} x[0]+y[0] & x[1]+y[1] & \cdots & x[N-1]+y[N-1] \end{bmatrix}^T$$

- **Scalar Multiplication :**

$$kX = \begin{bmatrix} kx[0] & kx[1] & \cdots & kx[N-1] \end{bmatrix}^T$$

Inner Product, Orthogonality

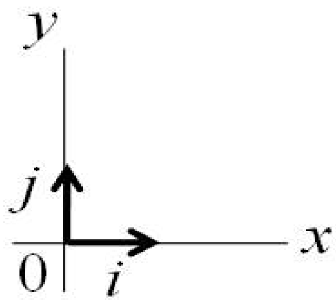
- **Inner Product :** $X \cdot Y = \|X\| \|Y\| \cos\theta$

- **Calculation of Inner Product :**

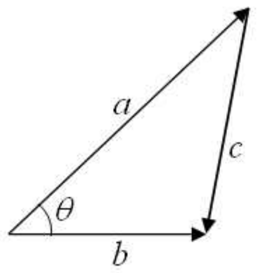
$$X \cdot Y = x[0]y[0]^* + x[1]y[1]^* + \cdots + x[N-1]y[N-1]^*$$

- **Orthogonality:** $\theta = 90^\circ$

$$X \cdot Y = \|X\| \|Y\| \cos\theta = 0$$



Calculation of Inner Product



$$a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}, c = b - a = \begin{bmatrix} b_1 - a_1 \\ b_2 - a_2 \\ b_3 - a_3 \end{bmatrix}$$

- 코사인 제2법칙 : $\|c\|^2 = \|a\|^2 + \|b\|^2 - 2\|a\|\|b\|\cos\theta$
- 내적 : $a \cdot b = \|a\|\|b\|\cos\theta = \frac{1}{2}\{\|a\|^2 + \|b\|^2 - \|c\|^2\}$

$$\|a\|^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2, \|b\|^2 = b_1^2 + b_2^2 + b_3^2,$$

$$\|c\|^2 = (b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2 + (b_3 - a_3)^2$$

- 내적의 계산 : 두 벡터의 각 성분값의 곱들의 합

$$X \cdot Y = x[0]y[0]^* + x[1]y[1]^* + \cdots + x[N-1]y[N-1]^*$$

Vector Representation : Basis Vector(1)

- **Unit Vector : Magnitude 가 1 인 Vector**

$$U = \frac{1}{\|X\|} X, \quad X = \begin{bmatrix} x[0] & x[1] & \cdots & x[N-1] \end{bmatrix}^T$$

- **Basis Vector : Orthogonal 한 Unit Vector**

- **Basis Vector Representation :**

$$X_1 = [1 \quad 0 \quad \cdots \quad 0]^T,$$
$$X_2 = [0 \quad 1 \quad \cdots \quad 0]^T,$$
$$\cdots,$$
$$X_N = [0 \quad 0 \quad \cdots \quad 1]^T$$

- **N-Dimensional Vector :** $X = \begin{bmatrix} x[0] & x[1] & \cdots & x[N-1] \end{bmatrix}^T$

$$X = x[0]X_1 + x[1]X_2 + \cdots + x[N-1]X_{N-1}$$

Vector Representation : Basis Vector(2)

- **N-Dimensional Vector :** $X = \begin{bmatrix} x[1] & x[2] & \cdots & x[N] \end{bmatrix}^T$

$$X = x[1]X_1 + x[2]X_2 + \cdots + x[N]X_{N-1}$$

where $x[i] = X \cdot X_i, i = 1, \cdots, N$

- 성분값 계산 : 벡터의 각 단위 기저벡터 방향의 성분값은 기저벡터와의 내적값으로 구함

- **Basis Vector Representation :**

$$X_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}^T,$$
$$X_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \end{bmatrix}^T,$$
$$\cdots,$$
$$X_N = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}^T$$

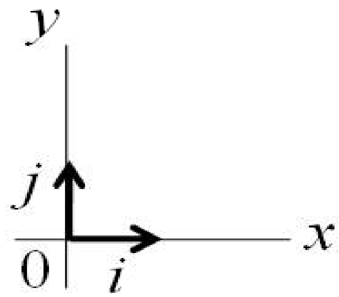
Orthogonality

- **Inner Product :** $X \cdot Y = \|X\| \|Y\| \cos\theta$

- **Orthogonality:** $\theta = 90^\circ$ 인 경우 두 벡터는 직교한다.

$$X \cdot Y = \|X\| \|Y\| \cos\theta = 0$$

$$\begin{aligned} X \cdot Y &= x[0]y[0]^* + x[1]y[1]^* + \cdots + x[N-1]y[N-1]^* \\ &= 0 \end{aligned}$$



- 직교하는 벡터는 일차선형 독립이다.
- 직교하는 벡터는 기저벡터가 될 수 있다.