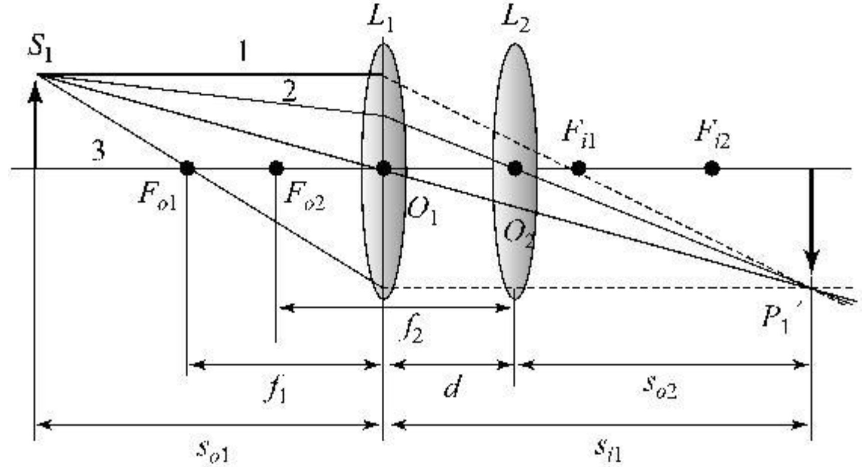
● 여러 개의 렌즈를 조합하였을 경우의 광학적 성질

2개의 렌즈에서, 우선 렌즈 1(L_1)만 고려.

렌즈 1에 의하여 만들어진 상은 오직 광선 1과 광선 3에 의하여 상의 위치 P_1'가 결정되며, 이때에 광선 1과 3은 상 초점인 F_{i1}과 물체 초점인 F_{o1}을 통과한다.

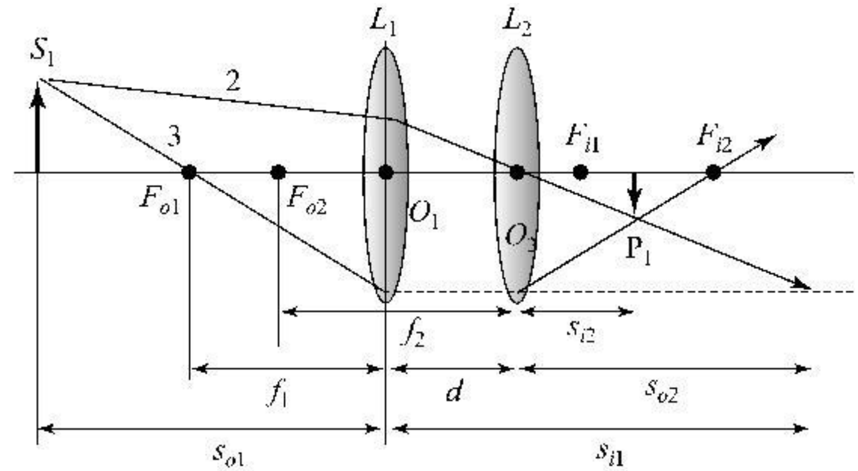
이때, 상의 위치 P_1'에 생긴 물체의 상은 오직 렌즈 1에 의하여 형성된 상이다



렌즈 2(L_2) 고려.

광선 2를 고려해야 한다.
⇒ 광선 2는 P_1'에서 출발하여 렌즈 2의 중심을 통과하여 렌즈 1을 지난 후, 물체의 위치에 도달하도록 그린다.

광선 3은 렌즈 2에 의해서 렌즈 2의 상 초점인 F_{i2}를 통과하게 된다.



이때에 **광선 2와 광선 3의 교점이 렌즈 1과 렌즈 2의 조합에 의한 상의 위치에 해당**된다.

얻어진 상은 **도립 실상**으로서 **크기는 감소**되었다.

5.5 얇은 렌즈들의 조합

● 해석적 방법

렌즈 1 $\dfrac{1}{s_{o1}}+\dfrac{1}{s_{i1}}=\dfrac{1}{f_1}$

렌즈 2 $\dfrac{1}{s_{o2}}+\dfrac{1}{s_{i2}}=\dfrac{1}{f_2}$ 여기서, $s_{o2}=d-s_{i1}$

s_{i1} 을 대입

$$\frac{1}{d-s_{i1}}+\frac{1}{s_{i2}}=\frac{1}{f_2}$$

$d>s_{i1}$인 경우에 렌즈 2에 의한 물체의 위치는 실(real)물체이며,
$d<s_{i1}$이면, 이 되어 허(virtual)물체

$$s_{i2}=\frac{(d-s_{i1})f_2}{(d-s_{i1}-f_2)}$$

$$s_{i2}=\frac{f_2d-s_{i1}f_2}{d-s_{i1}-f_2}=\frac{f_2d-f_1f_2s_{o1}/(s_{o1}-f_1)}{d-f_2-f_1s_{o1}/(s_{o1}-f_1)}$$

여기서, s_{o1} 과 s_{i2}는 각각 복합 렌즈의 물체 및 상의 거리

예제 6

초점거리가 각각 30 cm 및 50 cm인 두 개의 볼록렌즈가 서로 20 cm 만큼 떨어져 있으며, 첫 번째 렌즈로부터 50 cm되는 지점에 물체가 있다고 하자. 이때, 상의 위치, 상의 종류, 그리고 상의 횡배율을 구하시오

상의 위치

$$s_{i2}=\frac{50(20)-50(50)(30)/(50-30)}{20-50-50(30)/(50-30)}=26.2\ [\text{cm}]\ (\text{실상})$$

실상의 총 횡배율은 두 렌즈 각각의 배율을 곱함.

$$M_T=M_{T1}\times M_{T2}=\frac{f_1s_{i2}}{d(s_{o1}-f_1)-s_{o1}f_1}$$

$$=\frac{30(26.2)}{20(50-30)-50(30)}=-0.72$$

크기는 72%정도로 줄어들고
방향이 원래의 물체 방향과 반대가 됨을 알 수 있다.

M_T에 대한 표현식 유도

$$M_{T1}=-\frac{s_{i1}}{s_{o1}}=-\frac{f_1}{s_{o1}-f_1}\quad\left(\because\ \frac{1}{s_{o1}}+\frac{1}{s_{i1}}=\frac{1}{f_1}\ \Rightarrow\ \frac{s_{i1}}{s_{o1}}=\frac{f_1}{s_{o1}-f_1}\right)$$

$$M_{T2}=-\frac{s_{i2}}{s_{o2}}=-\frac{s_{i2}}{d-s_{i1}}$$

$$M_T=M_{T1}\times M_{T2}=\left(\frac{-f_1}{s_{o1}-f_1}\right)\times\left(\frac{-s_{i2}}{d-s_{i1}}\right)=\left(\frac{-f_1}{s_{o1}-f_1}\right)\times\left(\frac{-s_{i2}}{d-\dfrac{-f_1s_{o1}}{s_{o1}-f_1}}\right)$$

$$=\left(\frac{-f_1}{s_{o1}-f_1}\right)\times\frac{-s_{i2}(s_{o1}-f)}{d(s_{o1}-f)-f_1s_{o1}}=\frac{f_1s_{i2}}{d(s_{o1}-f_1)-s_{o1}f_1}$$

5.5 얇은 렌즈들의 조합

복합 렌즈를 하나의 렌즈로 간주

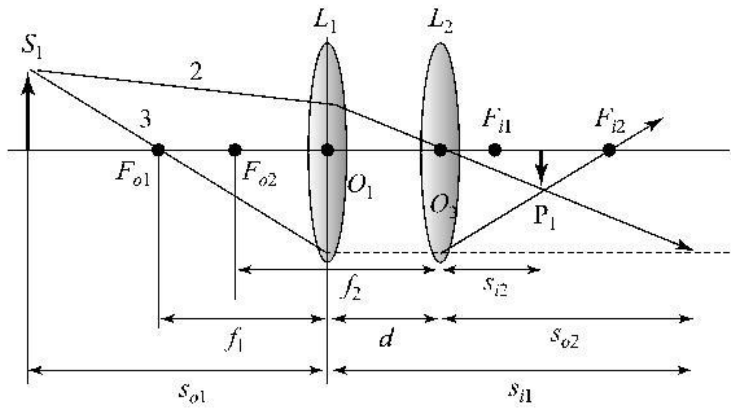
복합 렌즈의 마지막 표면으로부터 제2초점까지의 거리를 "뒷 초점거리(back focal length, b.f.l.)"
복합렌즈의 첫 번째 면으로부터 제1초점 또는 물체초점까지의 거리를 "앞 초점거리(front focal length, f.f.l.)"

➡ $s_{o1} \to \infty$ 으로 놓으면,

$$s_{i2} = \frac{f_2 d - s_{i1} f_2}{d - s_{i1} - f_2} = \frac{f_2 d - f_1 f_2 s_{o1}/(s_{o1} - f_1)}{d - f_2 - f_1 s_{o1}/(s_{o1} - f_1)}$$

$(s_{o1} - f_1) \approx s_{o1}$ 이 되며, s_{i2} 가 뒷 초점거리가 된다.

$$s_{i2} = \frac{f_2 d - s_{i1} f_2}{d - s_{i1} - f_2} = \frac{f_2 d - f_1 f_2 s_{o1}/(s_{o1} - f_1)}{d - f_2 - f_1 s_{o1}/(s_{o1} - f_1)} = \frac{f_2(d - f_1)}{d - (f_1 + f_2)}$$



➡ $s_{i2} \to \infty$ 으로 놓으면,

$$\left|\frac{1}{s_{o1}}\right|_{s_{i2}\to\infty} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{(d - f_2)} = \frac{d - (f_1 + f_2)}{f_1(d - f_2)} \Rightarrow s_{o1} = \frac{f_1(d - f_2)}{d - (f_1 + f_2)} : \quad s_{o1} = f.f.l.$$

$d = 0$, 즉 렌즈 사이의 거리를 무시하면 두 개의 렌즈는 접촉하게 되어
$f.f.l. = b.f.l. = f$ (유효 초점거리)의 결과를 얻으며,
이때에 유효 초점거리는

$$f = \frac{f_1 f_2}{(f_1 + f_2)} \rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

만약에 N개의 렌즈가 서로 접촉되어 있으면,

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \cdots \frac{1}{f_N}$$

5.5 얇은 렌즈들의 조합

예제 7

R_1=5 cm, R_2=10 cm, n=1.5인 볼록형 얇은 메니스커스(meniscus) 렌즈와 $R_1=\infty$, R_2=6 cm, n=1.6 인 평면 오목렌즈가 있다.
이 둘을 접합시켰을 때의 유효 초점거리는 얼마인가?

$$\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$ 에서

메니스커스 렌즈 $$\frac{1}{f_1}=(1.5-1.0)\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{10}\right)$$

$$\therefore\ f_1=20\text{ cm}$$

평면 오목렌즈 $$\frac{1}{f_2}=(1.6-1.0)\left(\frac{1}{\infty}-\frac{1}{6}\right)$$

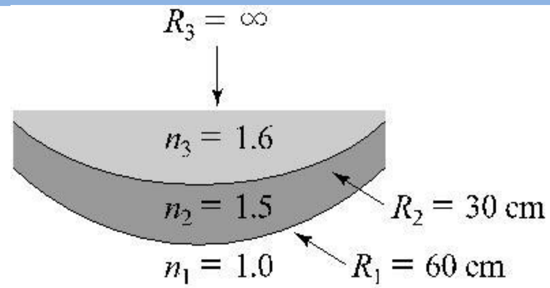
$$\therefore\ f_2=-10\text{ cm}$$

따라서, $$\frac{1}{f}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}=\frac{1}{20}-\frac{1}{10}$$

$$\therefore\ f=-20\text{ cm}$$

예제 8

곡률반경이 각각 R_1=60 cm, R_2=30 cm이고, 굴절률이 1.5인 렌즈에 굴절률이 1.6인 기름을 부었다.
기름을 채우기 전과 후의 초점거리를 구하라.



렌즈의 경우 $$\frac{1}{f_1}=(1.5-1)\left(\frac{1}{60}-\frac{1}{30}\right)$$

$$\therefore\ f_1=-120\text{ cm}$$

기름의 경우 $$\frac{1}{f_2}=(1.6-1)\left(\frac{1}{30}-\frac{1}{\infty}\right)$$

$$\therefore\ f_2=50\text{ cm}$$

기름을 채운 후, 렌즈의 초점거리는 이 두 렌즈를 결합시켜
얻은 렌즈의 초점거리와 같으므로

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}=\frac{1}{-120}-\frac{1}{50}$$

$$\therefore\ f=-85.7\text{ cm}$$

5.6 렌즈의 재질

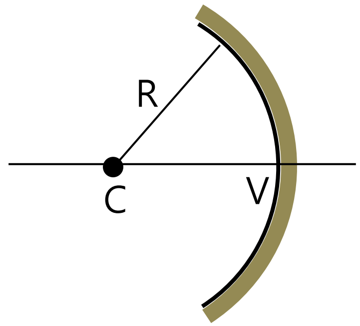
표 5.2 렌즈의 재질

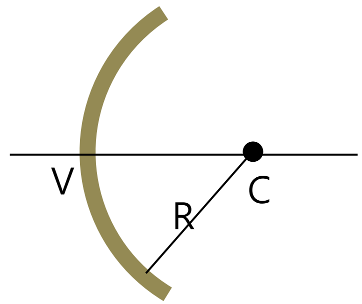
재 질	사용파장(nm)	특 징
BK 7	330～2,300	기포와 불순물이 극히 작고, 열 충격이 없다. 용융실리카에 비해 양질이며, 가격이 저렴하다. UV 영역을 통과시키지 않으므로 파장이 330nm 이하에서는 사용할 수가 없다. 일반적으로 가장 많이 사용되는 렌즈 재질이다.
용융 실리카	190～2,500	UV 영역에서 주로 사용되며, BK 7에 비해 열 특성이 좋다. 열팽창 계수가 작으며 열 전도도가 높아 열적 변형이 잘 안 일어난다.
CaF_2	150～8,000	분산률이 작아 색수차가 적고, 굴절률이 작으므로 무반사 코팅을 하지 않아도 500nm에서 약 94% 투과된다. CaF_2는 약간 수용성(18℃의 물 100gm에 0.0016gm이 용해)이 있는 등방성 결정으로 보통 실험실에서 수년간 사용이 가능하며, 열 및 기계적 충격에 비교적 민감하다.
MgF_2	140～7,500	500nm에서 약 95% 투과되며 CaF_2처럼 약간 수용성(물 100gm에 0.0001gm이 용해)이 있다. 열 및 기계적 충격에 민감하나 복사암색화(radiation darkening)에는 강하다. 렌즈 제작용 재질은 단결정으로 성장시킨다.
사파이어	150～5,000	사파이어는 육방정계(hexagonal) 결정구조를 가지며, 매우 단단하고 내구성이 좋고 강산(strong acid)에도 강하다. 용융점이 매우 높고 열전도도가 매우 우수하여 높은 온도 환경에서도 사용이 가능하다.
ZnS	400～12,000	물에 녹지 않으며, 열 및 기계적 충격에 강하다. CVD에 의해 만들어진 ZnS는 굴절률이 높아(10,600nm에서 2.188) 표면 반사에 의한 손실이 약간 크다(10,600nm에서 표면당 약 14%).

구면거울 : 표면이 둥근 거울

오목거울 : 반사면의 중심부가 안으로 들어간 거울

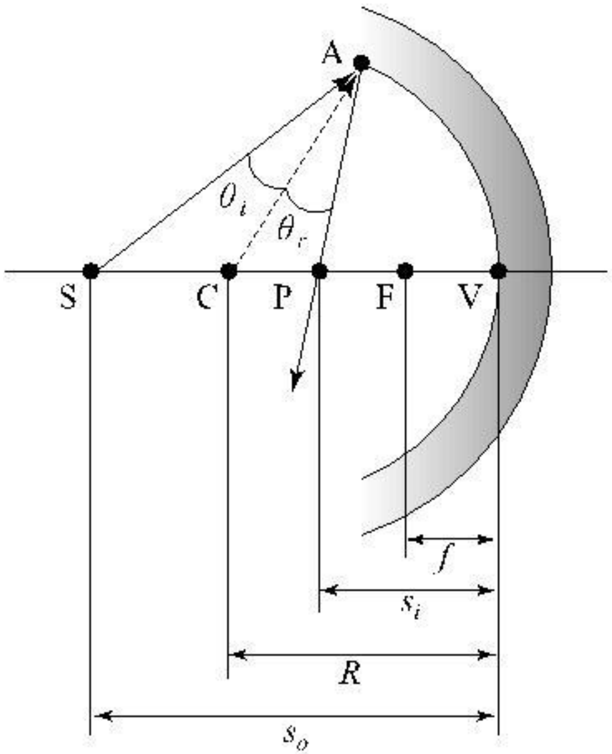
볼록거울 : 반사면의 중심부가 밖으로 나와 있는 거울





C : 곡률중심
R : 곡률반지름
V : 거울면의 중심
주축 : C에서 V로 그은 선분

근축광선 : 주축에 가까이 있고 그것과 작은 각도를 이루는 광선.
면의 곡률반지름보다 훨씬 작은 크기의 거울을 사용하면 충족



평행광선이 구면 거울에 닿으면 각 광선은 반사의 법칙에 따라 반사.

초점(F) : 광선이 주축과 평행하게 들어와
거울 면에 반사 후 상을 맺는 점

초점거리(f) : 거울에서 초점까지의 거리

삼각형 SAC와 CAP는 닮은꼴
(∵ 반사의 법칙 $\theta_i = \theta_r$, 각 SAP는 선분 CA에 의해 이등분)

$$\frac{\overline{SC}}{\overline{SA}} = \frac{\overline{CP}}{\overline{PA}} \Leftarrow \overline{SC} = s_o - R \,,\; \overline{CP} = R - s_i \qquad \overline{SA} \approx s_o \,,\; \overline{PA} = s_i$$

$$\frac{s_o - R}{s_o} = \frac{R - s_i}{s_i} \quad \text{or} \quad \frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{2}{R}$$

오목거울이나 볼록거울에 대해서 성립함.

5.7 구면거울

제 1 초점 $\lim_{s_i \to \infty} s_o = f_0$ $\Rightarrow$ 물체 위치가 제 1 초점

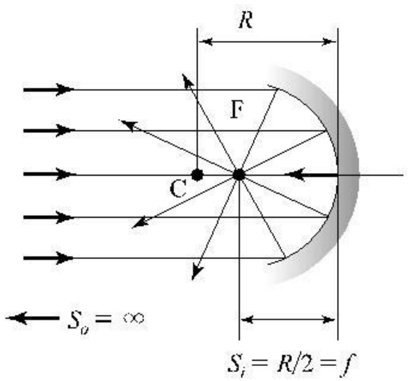
제 2 초점 $\lim_{s_o \to \infty} s_i = f_i$ $\Rightarrow$ 상의 위치가 제 2 초점

$$\frac{1}{f_o} + \frac{1}{\infty} = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{f_i} = \frac{2}{R} \quad \Rightarrow \quad f_0 = f_i = \frac{2}{R}$$

초점거리에 대한 첨자를 없애면 $\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f}$

구면거울에 대한 부호 약속

Quantity	부 호	
	+	−
s_o	V의 왼쪽, 실물체	V의 오른쪽, 가상 물체
s_i	V의 왼쪽, 실 상	V의 오른쪽, 허상
f, R	오목거울	볼록거울
y_o	광축의 위, 정립 물체	광축의 아래, 도립상
y_i	광축의 위, 정립상	광축의 아래, 도립상

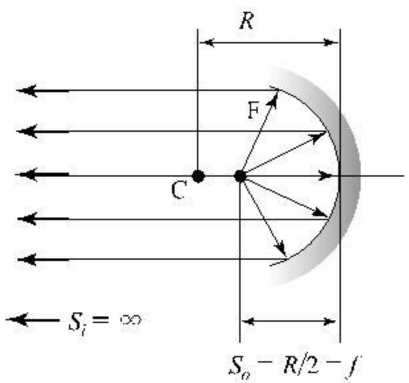


실물점 P가 거울에서 매우 멀리 떨어져 있을 때

$$\frac{1}{\infty} + \frac{1}{s_i} = \frac{2}{R} \quad \Rightarrow \quad s_i = \frac{R}{2}$$

오목거울에 평행하게 입사한 광선은 반사 후에 R/2거리에 있는 점 f에 수렴.
⇒ 점 F를 오목거울의 초점거리(f)라 함.

$$f = \frac{2}{R}$$

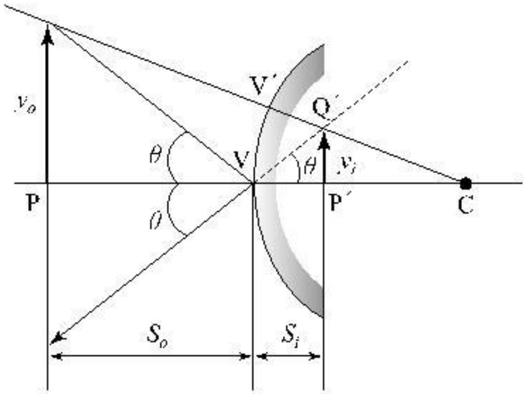


상의 위치가 오목거울로부터 무한대의 거리에 있는 경우

$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{\infty} = \frac{2}{R} \quad \Rightarrow \quad s_o = \frac{R}{2}$$

초점으로부터 오목거울을 향해 입사하는 광선은 거울에 반사된 후,
광축과 평행하게 반사

$$f = \frac{2}{R}$$



상의 힝배율 $M_T = \dfrac{y_i}{y_o} = \dfrac{-s_i \tan\theta}{s_o \tan\theta} = -\dfrac{s_i}{s_o}$

M_T이 **양수**이면 상은 바로 서 있고, **음수**이면 상은 거꾸로 된다.
$|M_T| > 1$이면 상은 커지고, $|M_T| < 1$ 이면 작아진다.

오목거울에 의한 상은 바로 설 수도 있고 뒤집어 질 수도 있다.
볼록거울은 항상 실물체의 바로 선, 작아진 허상을 만든다.

연습문제 02 벽면으로부터 240 cm인 떨어진 곳에 촛불이 놓여 있으며 오목거울을 사용하여 벽면에 3배로 확대된 촛불의 상을 맺고자 한다. 이때 오목거울과 촛불 사이의 거리를 구하고 오목거울의 초점거리를 구하시오.

오목거울과 벽면은 촛불을 중심으로 양쪽에 놓여 있다.
벽면과 촛불 사이 거리 : 240 cm

$$s_i - s_o = 240\ \text{cm}$$

$$3 = \frac{s_i}{s_o}$$

$$s_o = \frac{s_i}{3} = \frac{s_o + 240}{3}$$

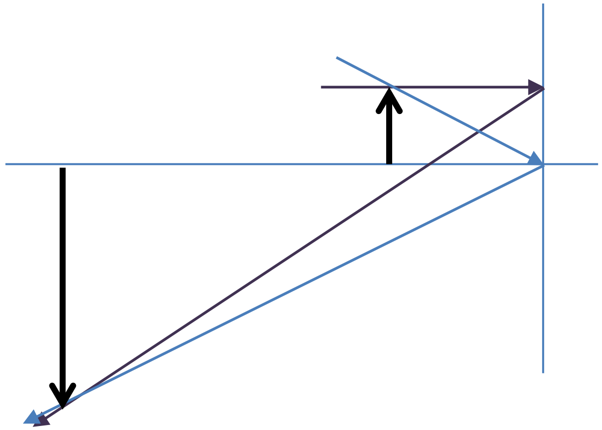
$$\therefore\ s_o = 120\ \text{cm}$$

$$s_i = 360\ \text{cm}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i}$$ 에서

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{120} + \frac{1}{360} = \frac{4}{360}$$

$$\therefore\ f = 90\ \text{cm}$$



5.8 거울의 재질과 특성

거울은 기판(주로 borosillicate 유리)위에

☞ 알루미늄, 은 및 금과 같은 금속을 코팅

- 알루미늄과 같은 금속을 기판에 코팅하여 제작하는 경우에는 주로 진공증착을 사용
- 금을 사용하는 경우에는 유리기판 위에 크롬을 코팅한 후에 금을 코팅하여 거울을 만듦

☞ 기판과 굴절률이 다른 유전체 물질을 코팅하여 만든다.

- 유전체 물질을 코팅하여 만드는 경우에 반사율은 기판과 유전체 물질의 굴절률에 의존한다.

5.9 프리즘

프리즘

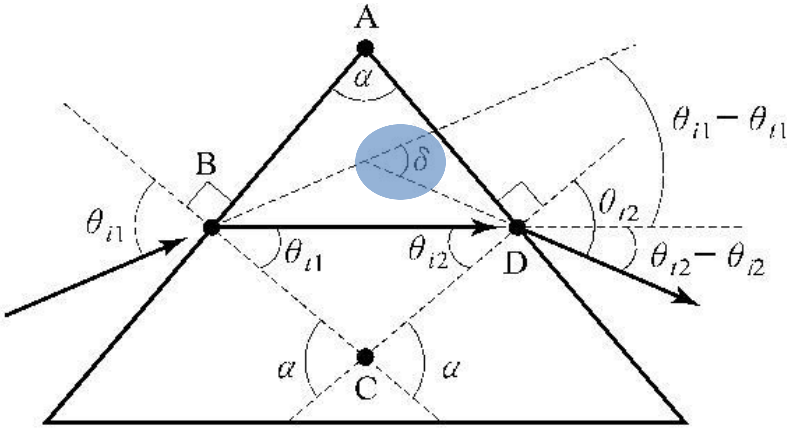
①빛의 진행 방향을 바꾸는 기능(반사 프리즘)

②입사하는 빛을 파장별로 분리하는 기능(분산 프리즘)

③빛의 편광 상태를 바꾸거나 분리하는 기능(편광 프리즘)

분산 프리즘

프리즘에 입사한 빛을 빛의 파장에 따라 분산시키는 기능
분산시키는 정도는 프리즘 면에서의 굴절률에 의존



전체 각도편이(angular deviation: δ)
프리즘에 입사하는 입사광선의 방향과
프리즘에서 굴절되어 나오는 광선이 이루는 각도

$$\delta = (\theta_{i1} - \theta_{t1}) + (\theta_{t2} - \theta_{i2})$$

전체 편이각을 입사각과 프리즘의 꼭지각으로 표현!

$$\alpha = \theta_{t1} + \theta_{i2}$$

전체 편이각

$$\delta = (\theta_{i1} - \theta_{t1}) + (\theta_{t2} - \theta_{i2}) = \theta_{i1} + \theta_{t2} - (\theta_{t1} + \theta_{i2}) = \theta_{i1} + \theta_{t2} - \alpha$$

전체 편이각은 프리즘에서의 입사각, 프리즘의 굴절률 및 프리즘의 꼭지각에 의존하게 된다.
따라서 프리즘의 굴절률이 클수록 전체 편이각은 증가하게 된다.

프리즘의 굴절률이 n이고, 공기 중(n_a=1)에 놓여 있으면, 스넬의 법칙에 의해

$$\theta_{t2} = \sin^{-1}(n\sin\theta_{i2}) = \sin^{-1}[n\sin(\alpha - \theta_{t1})]$$

$$\theta_{t2} = \sin^{-1}[n\sin\alpha\cos\theta_{t1} - n\sin\theta_{t1}\cos\alpha]$$
$$= \sin^{-1}[(\sin\alpha)(n^2 - \sin^2\theta_{i1})^{1/2} - \sin\theta_{i1}\cos\alpha]$$

$$\delta = \theta_{i1} + \sin^{-1}[(\sin\alpha)(n^2 - \sin^2\theta_{i1})^{1/2} - \sin\theta_{i1}\cos\alpha] - \alpha$$

δ가 최소가 되는 입사각 θ_{i1}이 있음을 말해주며,
이 최소각을 **최소 편이각**(minimum deviation angle: δ_m)이라 한다.

$$\delta = \theta_{i1} + \theta_{t2} - \alpha$$

$$\frac{d\delta}{d\theta_{i1}} = 1 + \frac{d\theta_{t2}}{d\theta_{i1}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d\theta_{t2}}{d\theta_{i1}} = -1$$

입사하는 빛이 프리즘과 처음 만나는 면에
스넬의 법칙($\sin\theta_{i1} = n\sin\theta_{t1}$)을 적용하고, 미분하면

$$\cos\theta_{i1}d\theta_{i1} = n\cos\theta_{t1}d\theta_{t1}$$

빛이 프리즘의 내부를 통과한 후, 프리즘을 빠져 나오는 면에
스넬의 법칙($n\sin\theta_{i2} = \sin\theta_{t2}$)을 적용하고, 미분하면

$$\cos\theta_{t2}d\theta_{t2} = n\cos\theta_{i2}d\theta_{i2}$$

위 두 식을 나누고,
$\alpha = \theta_{t1} + \theta_{i2} =$ 일정 $\Rightarrow d\theta_{t1} = -d\theta_{i2}$
$\frac{d\theta_{t2}}{d\theta_{i1}} = -1$

$$\frac{\cos\theta_{i1}}{\cos\theta_{t2}} = \frac{\cos\theta_{t1}}{\cos\theta_{i2}}$$

양변을 제곱하고, 굴절각 θ_{t1}과 θ_{t2}에 대한 표현을 스넬의 법칙을 사용하여 얻은 결과를 이용하면

$$\frac{1 - \sin^2\theta_{i1}}{1 - \sin^2\theta_{t2}} = \frac{n^2 - \sin^2\theta_{i1}}{n^2 - \sin^2\theta_{t2}}$$

여기서 $n \neq 1$ 이므로 $\theta_{i1} = \theta_{t2}$ 인 경우에 위 식은 성립하며,
$\theta_{i1} = \theta_{t2}$이므로 $\theta_{t1} = \theta_{i2}$인 관계가 얻어진다.
이 때 프리즘을 지나는 광선은 프리즘의 밑면과 나란하다.
이 경우에 $\delta = \delta_m$이므로

$$\delta = \theta_{i1} + \theta_{t2} - \alpha \quad \Rightarrow \quad \theta_{i1} = \frac{(\delta_m + \alpha)}{2}$$

$$\alpha = \theta_{t1} + \theta_{i2} \quad \Rightarrow \quad \theta_{t1} = \frac{\alpha}{2}$$

이 결과를 이용하여 프리즘의 굴절률과 최소 편이각 사이의
관계식을 구하기 위하여 입사하는 빛이 프리즘과 처음 만나는 면에
스넬의 법칙($\sin\theta_{i1} = n\sin\theta_{t1}$)을 적용하고 정리하면

$$n(\lambda) = \frac{\sin[\frac{(\delta_m + \alpha)}{2}]}{\sin\frac{\alpha}{2}}$$

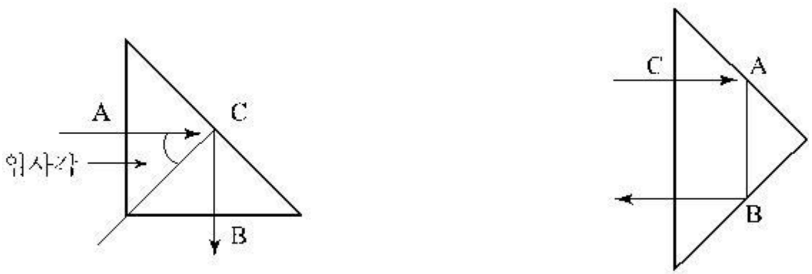
투명 물질의 굴절률을
측정하기 위한 가장 기본적인 방법

5.9 프리즘

반사 프리즘

빛의 진행 방향을 바꾸는 기능
예) 직각 프리즘, 펜타 프리즘, 역반사 프리즘, 도브 프리즘 등

직각 프리즘



도브 프리즘