4.3 프레넬(Fresnel) 방정식

• 앞 절에서는 빛이 서로 다른 매질을 진행할 때 경계면에서 일어나는 반사 및 굴절에 대해 공부했으나 **입사파의 편광이 반사 및 굴절에 미치는 효과**에 대해서는 다루지 않았다. 일반적으로 빛은 햇빛과 같이 편광되지 않은 빛과 레이저와 같이 편광된 빛으로 구분되며, 이 절에서는 빛의 편광이 반사 및 굴절에 미치는 효과에 대하여 다루고자 한다.

$\overrightarrow{E_i}$를 서로 다른 매질의 경계면에 입사하는 입사파의 진폭이라 하고, 두 매질의 경계면에서 발생하는 반사파와 투과파의 진폭을 각각 $\overrightarrow{E_r}$, $\overrightarrow{E_t}$라고 하자. 맥스웰의 회전방정식인 $\overrightarrow{\nabla}\times\overrightarrow{E}=-\mu\frac{\partial\overrightarrow{H}}{\partial t}$에 $\overrightarrow{E}$와 $\overrightarrow{H}$를 양변에 대입하면 관계식 $\hat{k}\times\overrightarrow{E}=\frac{c}{n}\overrightarrow{B}=v\overrightarrow{B}=v\mu\overrightarrow{H}$을 얻을 수 있다. 이러한 관계식으로부터 각각에 대응하는 자기장 벡터의 진폭을 구해보면,

$$\overrightarrow{H_i}=\frac{1}{\mu_i v_i}\hat{k_i}\times\overrightarrow{E_i}:\ \text{입사파} \qquad (4.3.1)$$

$$\overrightarrow{H_r}=\frac{1}{\mu_r v_r}\hat{k_r}\times\overrightarrow{E_r}:\ \text{반사파} \qquad (4.3.2)$$

$$\overrightarrow{H_t}=\frac{1}{\mu_t v_t}\hat{k_t}\times\overrightarrow{E_t}:\ \text{투과파} \qquad (4.3.3)$$

빛이 두 매질의 경계면에 입사하는 경우, 편광방향에 따라 아래와 같이 크게 3가지로 분류가 가능하다.

ⓐ ***TE*(tranverse electric) 편광** ⇒ 입사파의 전기장 벡터가 경계면에 평행하다. 다시 말해서 전기장 벡터의 방향이 입사면에 대하여 수직한 경우를 말한다.

ⓑ ***TM*(tranverse magnetic) 편광** ⇒ 입사파의 자기장 벡터가 경계면에 평행한 경우로서 자기장 벡터의 방향이 입사면에 수직한 경우를 말한다.

ⓒ **일반적인 경우** ⇒ 전기장과 자기장 사이의 선형 관계를 사용하여 취급한다.

입사파, 반사파 및 투과파가 경계면에서 만족해야 되는 경계조건은

$$H_{1t} = H_{2t}\,,\; E_{1t} = E_{2t}$$

경계면의 양쪽에 걸쳐 전기장과 자기장의 접선 성분이 연속이어야 한다

4.3.1 TE−편광

- 편광이 입사 및 반사에 미치는 효과를 알아보기 위하여 우선 *TE*편광 효과를 고려하여 보자.
- 입사 매질 쪽의 총 전기장은 입사파와 반사파에 의한 전기장의 합
- 투과 매질에서의 전기장은 투과파에 의한 전기장만이 존재
- *TE*편광의 경우에 전기장이 경계면에 평행하므로 경계조건으로부터 전기장 벡터에 대해서는

$$E_i + E_r = E_t \tag{4.3.4}$$

와 같이 쓸 수 있다(그림 4-7 참조).

- 자기장 벡터들도 입사 매질 쪽에서의 총 자기장은 입사파와 반사파에 의한 합이 되고
- 투과 매질 내에서는 투과파 만에 의한 자기장이 존재

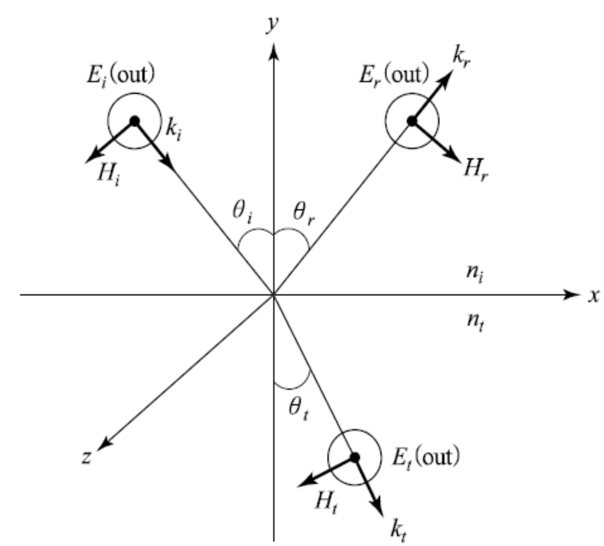

그림 4.7 TE−편광: 모든 전기장 벡터는 xy−평면에 수직이다.

4.3 프레넬방정식

- 각 매질에서 총 자기장 벡터들의 성분 중에서 경계면에 평행한 성분은 두 매질 내에서 연속적이어야 하므로 이를 수식으로 표현하면,

$$-H_i\cos\theta_i + H_r\cos\theta_r = -H_t\cos\theta_t \;\Rightarrow\; H_i\cos\theta_i - H_r\cos\theta_r = H_t\cos\theta_t \qquad (4.3.5)$$

식 (4.3.5)의 왼쪽과 오른쪽은 각각 입사매질과 투과매질 내에서 자기장 $\vec{H}$의 경계면에 평행한 성분의 총 크기

- 전기장과 자기장에 대한 관계식을 사용하여 식(4-3-5)을 다시 쓰면

$$-\frac{1}{\mu_i v_i}E_i\cos\theta_i + \frac{1}{\mu_r v_r}E_r\cos\theta_r = -\frac{1}{\mu_t v_t}E_t\cos\theta_t \qquad (4.3.6)$$

$$\left(\therefore\ \vec{k}\perp\vec{E}\text{이므로 } \vec{H} = \frac{1}{\mu\omega}\vec{k}\times\vec{E}\text{에서 } H = \frac{1}{\mu\omega}kE = \frac{1}{\mu v}E\right)$$

4-3-4식을 4-3-6식에 대입을 하여 정리하면

$$\left(\frac{1}{\mu_t v_t}\cos\theta_t - \frac{1}{\mu_i v_i}cos\theta_i\right)E_i + \left(\frac{1}{\mu_t v_t}\cos\theta_t + \frac{1}{\mu_r v_r}\cos\theta_r\right)E_r = 0 \qquad (4.3.7)$$

4.3 프레넬방정식

입사파와 반사파는 같은 매질 내에 있으므로 $v_i = v_r,\ \theta_i = \theta_r,\ \mu_i = \mu_r,\ \frac{n}{c} = \frac{1}{v}$이 성립되며,

반사계수(r_s)를 TE−편광에 대해서 구해보면,

$$\left.\frac{E_r}{E_i}\right]_{TE} = r_s = \frac{\frac{n_i}{\mu_i c}\cos\theta_i - \frac{n_t}{\mu_t c}\cos\theta_t}{\frac{n_i}{\mu_i c}\cos\theta_i + \frac{n_t}{\mu_t c}\cos\theta_t} = \frac{\frac{n_i}{\mu_i}\cos\theta_i - \frac{n_t}{\mu_t}\cos\theta_t}{\frac{n_i}{\mu_i}\cos\theta_i + \frac{n_t}{\mu_t}\cos\theta_t} \qquad (4.3.8)$$

이때에 반사 계수는 반사파 전기장 벡터의 진폭을 입사파 전기장 벡터의 크기로 나눈 값으로 정의된다.

반면에 투과파의 전기장 진폭을 입사파의 전기장 진폭으로 나눈 투과 계수는

$$\left.\frac{E_t}{E_i}\right]_{TE} = t_s = \frac{2\frac{n_i}{\mu_i c}\cos\theta_i}{\frac{n_i}{\mu_i c}\cos\theta_i + \frac{n_t}{\mu_t c}\cos\theta_t} = \frac{2\frac{n_i}{\mu_i}\cos\theta_i}{\frac{n_i}{\mu_i}\cos\theta_i + \frac{n_t}{\mu_t}\cos\theta_t} \qquad (4.3.9)$$

많은 경우에 $\mu_i = \mu_t \approx \mu_0 = 1$와 같은 유전체 표면에서 반사계수와 투과계수는 각각

$$\left.\frac{E_r}{E_i}\right]_{TE} = r_s = \frac{n_i \cos\theta_i - n_t \cos\theta_t}{n_i \cos\theta_i + n_t \cos\theta_t} \text{: 반사파와 입사파 전기장의 상대 크기} \quad (4.3.10)$$

$$\left.\frac{E_t}{E_i}\right]_{TE} = t_s = \frac{2 n_i \cos\theta_i}{n_i \cos\theta_i + n_t \cos\theta_t} \text{: 투과파와 입사파 전기장의 상대 크기} \quad (4.3.11)$$

4.3.2 TM –편광

- *TM*-편광의 경우는 자기장 벡터가 경계면에 평행이므로 (그림 4-8참조)

$$H_i - H_r = H_t \qquad (4.3.12)$$

$$\frac{1}{\mu_i v_i} E_i - \frac{1}{\mu_r v_r} E_r = \frac{1}{\mu_t v_t} E_t \qquad (4.3.13)$$

$$E_i \cos\theta_i + E_r \cos\theta_i = E_t \cos\theta_t \qquad (4.3.14)$$

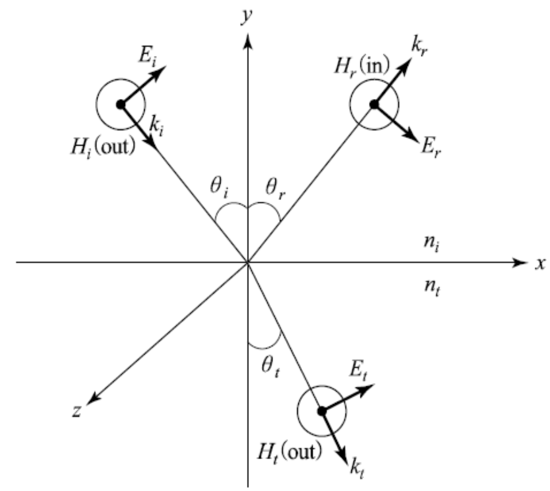

그림 4.8 TM–편광: 모든 자기장 벡터는 xy–평면에 수직임

- 이러한 경계 조건을 이용하여 반사파와 투과파에 대한 전기장의 크기를 입사파 전기장의 크기로 나누면,

$$\left.\frac{E_r}{E_i}\right]_{TM} = r_p = \frac{k_i \cos\theta_t - k_t \cos\theta_i}{k_r \cos\theta_t + k_t \cos\theta_i} = \frac{n_i \cos\theta_t - n_t \cos\theta_i}{n_i \cos\theta_t + n_t \cos\theta_i} \qquad (4.3.15)$$

$$\left.\frac{E_t}{E_i}\right]_{TM} = t_p = \frac{2k_i \cos\theta_i}{k_t \cos\theta_i + k_i \cos\theta_t} = \frac{2n_i \cos\theta_i}{n_t \cos\theta_i + n_i \cos\theta_t} \qquad (4.3.16)$$

4.3 프레넬방정식

• 지금까지 얻은 4개의 계수 $r_s,\ t_s,\ r_p,\ t_p$ 를 프레넬 계수(Fresnel coefficients) 라고 함

• 프레넬 계수를 $n = n_t / n_i$와 $\sin\theta_i = n\sin\theta_t$ 의 관계를 이용하여 다시 정리하며

$$r_s = \frac{\cos\theta_i - n\cos\theta_t}{\cos\theta_i + n\cos\theta_t} = -\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)} = \frac{\cos\theta_i - \sqrt{n^2 - \sin^2\theta_i}}{\cos\theta_i + \sqrt{n^2 - \sin^2\theta_i}} \qquad (4.3.17)$$

$$r_p = \frac{-n\cos\theta_i + \cos\theta_t}{n\cos\theta_i + \cos\theta_t} = -\frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)} = \frac{-n^2\cos\theta_i + \sqrt{n^2 - \sin^2\theta_i}}{n^2\cos\theta_i + \sqrt{n^2 - \sin^2\theta_i}} \qquad (4.3.18)$$

$$t_s = \frac{2\cos\theta_i}{\cos\theta_i + n\cos\theta_t} = \frac{2\cos\theta_i \sin\theta_t}{\sin(\theta_i + \theta_t)} \qquad (4.3.19)$$

$$t_p = \frac{2\cos\theta_i}{n\cos\theta_i + \cos\theta_t} = \frac{2\cos\theta_i \sin\theta_t}{\sin(\theta_i + \theta_t)\cos(\theta_i - \theta_t)} \qquad (4.3.20)$$

반사파 및 투과파의 진폭은 두 물질 사이의 **상대굴절률(n)**, 입사하는 빛의 **편광상태** 및 **입사각**에 의존함을 알 수 있다.

4.3 프레넬방정식

- **입사파가 경계면에 수직 입사하는 경우**, 즉 $\theta_i = \theta_t = 0$ 인 경우, TE 및 TM-편광에 대한 반사계수는 똑같이

$$r_s = r_p = \frac{1-n}{1+n} \qquad (4.3.21)$$

- 반사계수는 상대굴절률 n 이 "1"보다 크냐 아니면 작으냐에 따라 (+) 또는 (–)의 값을 가짐.
- r_s의 값이 (–)가 됨은 반사파의 위상이 입사파의 위상에 대해 $180°$ 변함을 의미함

⇒$180°$이 소한 매질에서 밀한 매질로 입사할 때 반사파의 위상이 입사파의 위상에 대해 변함을 의미함(그림4-9 참조)

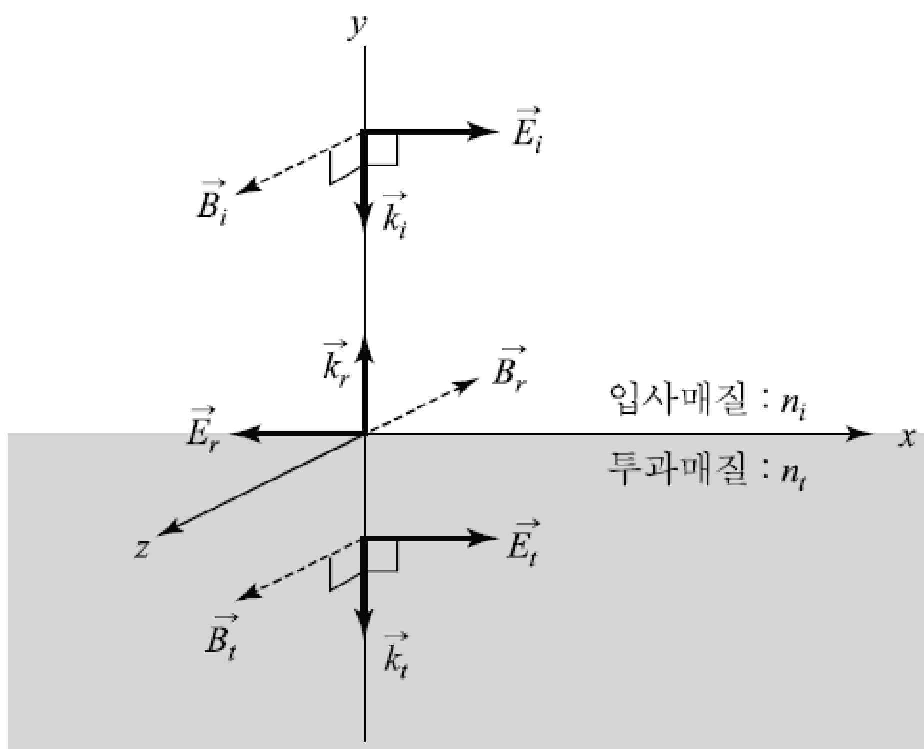

그림 4.9 입사 매질의 굴절률($=n_i$)이 투과 매질의 굴절률($=n_t$)보다 작을 때, 경계면($xz-$면)에 수직 입사하는 전자기파의 입사파, 반사파 및 투과파의 모양

- 그림 4-9에서 입사면은 xy-평면이며, 경계면은 xz-평면임.
- 상대굴절률 n 의 값이 1보다 작은 경우 반사파의 위상이 입사파의 위상에 대해 반대가 됨을 볼 수 있다.