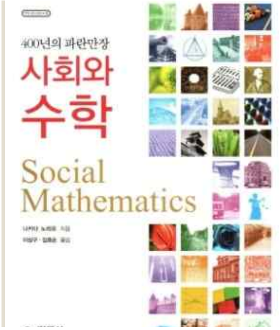


수학사 : 사회와 수학

Week 7

제6장 산책로에서 탄생한 위상수학

1. 일곱 개의 다리 건너기
2. ‘한붓그리기’의 규칙
3. 마술 같은 도형학 ‘위상수학(topology)’

이상구(성균관대), sglee@skku.edu

제 6 장

산책로에서 탄생한 위상수학

오사카 도톤보리(道頓堀), 요츠하시 다리 유적지
<나니와(浪花, 일본 제2의 도시 오사카의 옛 지명) 도톤보리에 있는 28개의 다리 건너기>

퍼즐이 학문으로 발전하다

많은 수학자가 "수학이란 무엇인가?'라는 질문에는 대답할 수 없다"고 말한다. 이유는 이전의 시대에는 도저히 수학의 대상이 되지 않았던 대상으로부터 새로운 발상의 수학이 탄생한 예가 많기 때문이다.

"계속 발전하는 학문을 단정하여 한마디로 정의할 수 없다"는 생각을 가지고 있는 것이다. 이 장에서는 18세기까지는 단지 쉬운 퍼즐이었던 문제가 엄밀하고 논리적인 학문으로 발전한 대표적인 예를 주제로 삼아본다.

1 일곱 개의 다리 건너기

산책하는 모든 사람이 도전했다는 신기한 문제

동서고금을 막론하고 '수학!'이라는 말을 들으면 얼굴을 찌푸리는 사람이 많을 것이다. 더구나 누가 '수학을 좋아한다든지', '수학자'라고 말하면 그것만으로도 약간 이상한 사람이라고 여겨지기도 한다. 저자도 자주 경험했다.

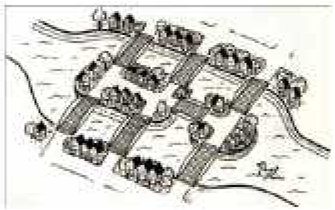
그러나 '수학퍼즐'을 좋아하는 사람은 꽤 많다. 여기서 소개하는 문제도 그 당시 도시 대부분의 사람들이 흥미를 가지고 도전했던 문제였다.

지금은 러시아이지만 이전에는 동프로이센의 수도였던 쾨니히스베르크(Königsberg, 오늘날의 칼리닌그라드Kaliningrad)라는 도시가 있었다. 발트 해에 면한 항구를 갖고 있는 도시 쾨니히스베르크는 14~15세기에는 '한자동맹(Hanseatic League)' 소속 도시로 번영했다. 또 철학자 칸트(Immanuel Kant)가 평생을 지냈으며 많은 유명한 수학자를 배출한 쾨니히스베르크 대학이 위치한 '사색의 도시'다. 이제 사람들이 흥미를 갖고 도전했다는 문제를 생각해보기로 하자.

그림 1을 보면서 읽어주었으면 좋겠다.

한자동맹 13~15세기에 독일 북부 연안과 발트 해 연안의 여러 도시 사이에 상업상 목적으로 이루어진 동맹

문제: 거리 중간에 흐르고 있는 프레겔 강에 있는 섬을 잇는 7개의 다리가 있다. 이 7개의 다리를 모두 딱 한 번씩만 건너면서 산책하는 방법이 있을까?



2 '한붓그리기'의 규칙

몇 개의 구체적인 예로부터 해결의 키를 찾는다

오래전부터 인간, 특히 어린아이가 사물을 그린 그림은 형태를 대충 곡선으로 쭉 이어가며 '한 붓으로 그리거나' 혹은 이에 가까운 그림이 많다.

7개의 '다리 건너기'는 불가능한 문제인가? 당시 사람들은 처음에 문제를 쉽게 해결할 수 있는 것이라는 선입관을 가졌기 때문에 열심히 도전하여 실패하면, 자신의 방법이 틀렸다고 생각하며, 몇 번이고 다른 방법으로 시도해봤을 것이다. 그리고 계속 실패하면서 차차 '혹시 답이 없나?' 하고 생각하기 시작했다.

만일 그렇다면 답이 없다는 것을 확인해야 되는데(불가능의 증명), 논리적으로 증명한다는 것은 아마추어에게는 쉽지 않다. 이 어려운 문제를 훌륭하게 해결한 사람이 당시 위대한 수학자 오일러(Leonhard Euler)였다.

그는 아마추어도 이해하기 쉽게 증명 방법을 정확하게 설명했다.

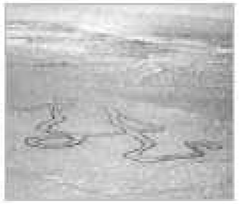
101쪽에 선그림을 A, B, C 3종류로 나타내었다. 이것이 바로 문제 해결의 열쇠이다. A, B, C가 어떤 차이가 있는지를 살펴보자.

문제	풀 수 있다	논증되었다 실증할 수 있었다
	풀 수 없다	불가능의 증명 모른다
	기타	의미 불명 조건 부족 등

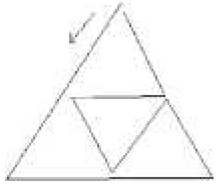
잘 알려진 예 '한 붓으로 그린 그림'

고대 구석기 시대 동굴벽화
라스코(Lascaux, 프랑스)의 사냥하는 그림

나스카 지상 그림(Naska Line)
여러 종류가 있다.



만리장성의 서쪽 끝, 가욕관(嘉峪關) 바닥에 그려진 용(龍)자. 2000년을 기념하여 환영
세로 1km, 가로 800m의 커다란 글자



3 마술 같은 도형학 '위상수학(topology)'

유연한 생각으로부터 여러 가지 불가사의가 탄생한다

응용 범위

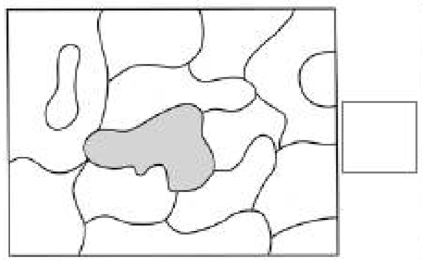
- 일상생활의 편리와 흥미
- 실과 고무, 종이, 판의 매직
- 생산·공업계에 공헌
- 도형의 새 학문 완성
- 수학 전반으로의 영향
- 기타

여럿이 삽을 가지고 놀이하는 기분으로 구멍을 파다가, 우연히 한 사람이 광맥을 발견하여 파고 들어갔더니 금, 은, 동은 물론 다이아몬드까지 많은 보석이 나왔다면 전문가도 깜짝 놀랄 것이다.

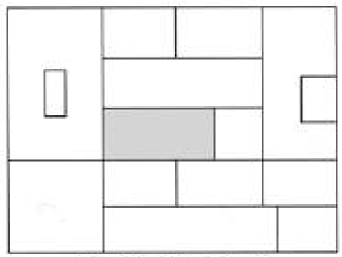
이러한 얘기에 꼭 맞는 것이 바로 '7개 다리 한 번에 건너기 문제'다.

종래에 잘 알려지고 익숙한 계량기하학과는 아주 다른 '위상기하학'이라는 수학이 탄생하여 광범위하게 이용되고 발전되었다. '필요하면 모양을 쓰기 쉽도록 규칙에 따라 변형해서 써도 좋다.'는 것이 기본 특징이다.

19세기 이후 복잡하게 변해가던 유럽지도를 만드는데 최소의 색으로 인쇄하려고 고민하던 문제가 유명한 '사색문제(4 color problem)'로 발전하여, 마침내 컴퓨터를 이용하여 답을 낸 수학자도 있었다.



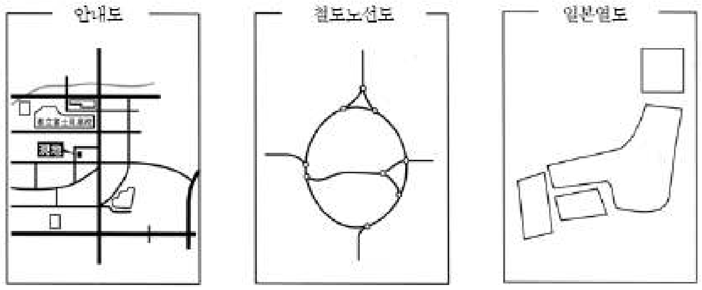
여러 나라들이 인접한 복잡한 지도를 가장 적은 색으로 구분하여 그린다.



옆과 위상(위치의 패턴)이 '위상동형(같은 모양)'인 그림이다.

사색 문제–실증은 완료되었으나 논증은 아직 여지가 남아 있다.

일상생활에 이용



불가사의한 위상수학의 세계

뫼비우스의 띠(Mobius strip)

뒷면과 앞면이 있는 긴 종이를 꼬아서 양쪽 끝을 붙여서 만든 띠이다. 여기에 연필로 뒷면 또는 앞면 중 한 면의 한 점에서 시작하여 쭉 이어지게 선을 그으면 뒷면과 앞면의 선이 연결된다. 즉, 뫼비우스의 띠에는 앞면과 뒷면이 없다. 직사각형은 2차원 도형이지만 한 번 꼬아서 만들어진 뫼비우스의 띠는 3차원의 도형이다.

클라인 병(Klein's bottle)

독일의 수학자 클라인(Felix Klein, 1849~1925)이 고안했다. 이 항아리를 만들 때는 우선 직사각형으로 둥근 관을 만든다. 이렇게 만든 관을 한 번 돌아서 관의 곡면에 구멍을 뚫고 집어넣어 양끝(입구)이 만나게 하면 된다. 이 병은 양끝이 붙어 있다는 점에서는 분명히 닫혀 있는 데도 사실은 열려 있다. 이 병의 활용은 아직 이루어지지 않고 있는데, 이유는 액체를 넣으면 흘러나가기 때문이다. 그러나 뫼비우스의 띠는 기계 벨트용 등으로 이미 실용화되었다.

생각해보면

아시아(일본)에도 있었던 ‘다리 건너기 문제’

쾨니히스베르크의 ‘7개의 다리 건너기 문제’가 제기되고 약 100년 후 수학자(화산가, 和算家) 다케다 신겐(武田 眞元)이 지은 《신겐산법(眞元算法)》(1845년)에 ‘나니와(浪花, 일본 제2의 도시, 오사카의 옛 지명) 28개 다리 건너기 문제’가 있다.

독일로부터 전래된 문제인지, 신겐 자신이 창안한 문제인지는 불분명하지만 흥미 있는 문제이다. 이 책에 있는 그림 중 왼쪽 아래 것이다. 출발하는 다리는 28의 수에서 제외되어 있다.

에도 시대, 특히 오사카 사람들이 얼마나 흥미를 가졌는가는 불분명하지만 다리 개수가 너무나 많아서 아마 질려서 중도에 포기한 사람이 많았을 것으로 예상된다. 현재는 다음 쪽 지도와 같이 강은 거의 다 매립되어 도톤보리 강과 요츠하시를 기념하는 다리의 모형만 남았다.