

수학사 : 사회와 수학

Week 7

제6장 산책로에서 탄생한 위상수학

1. 일곱 개의 다리 건너기
2. '한붓그리기'의 규칙
3. 마술 같은 도형학 '위상수학(topology)'

프롤로그 십자군을 통하여 전해진 필산법 18

1. 10세기, 동양과 서양의 수학이 아라비아에 모이다 20
2. 계산법의 전파 30
3. 산반파와 필산파의 긴 다툼 32
기독교와 이슬람교의 대립 34

제1장 대포소리와 함께 시작한 **함수** 36

1. 난공불락의 성벽 38
2. 오스만 제국과 군대 40
3. 대포에서 ‘움직임의 수학’이 탄생하다 42
연령과 체력은 비례? 46

제2장 30년간 군사 비밀로 여겨진 학문, **화법기하학** 48

1. 전쟁에 참가한 프랑스 수학자 50
2. 대포에 강한 요새 건설 52
3. ‘투영도’라는 기하학 54
고대 로마의 설계술 58

제3장 도시국가의 번영과 부산물, **확률론** 60

1. 이탈리아 해운항의 전통 62
2. 새로운 수학 ‘확률론’의 완성까지 64
3. 확률의 기초지식과 초등문제 68
바퀴의 도박 ‘룰렛’ 70

제4장 사회부흥의 실마리 **통계학** 72

1. ‘숫자의 표’라는 소박한 통계 74
2. 런던의 발전과 전염병 78
3. 독일의 ‘30년 전쟁’ 후의 재건 80
생각해보면 그래프에서 얻은 ‘문제점’을 발견하기 82

제5장	<p>대화재 피해에 대한 반성에서 생긴 보험법 84</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 미래의 행복을 생각하는 지혜 86 2. 런던 대화재와 그 후 88 3. 화재보험의 탄생 92 보험금 지불과 계약의 유효 95
제6장	<p>산책로에서 탄생한 위상수학 96</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 일곱 개의 다리 건너기 98 2. ‘한붓그리기’의 규칙 100 3. 마술 같은 도형학 ‘위상수학(topology)’ 105 아시아(일본)에도 있었던 ‘다리 건너기 문제’ 108
제7장	<p>농업 연구의 능률을 높인 추측통계학(stochastics) 110</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 마방진과 라틴 방진(Latin square, Latin cube) 112 2. 농업 연구의 오랜 역사 116 3. 표본조사라는 생략법 118 예상이 어긋나는 원인은 어디에 있는가? 122
제8장	<p>지도와 회화 연구에서 나온 변환법 124</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 구면이나 입체물을 평면에 표시하는 연구 126 2. 변환의 이용과 효용 128 3. 변환을 통일적으로 통합하는 시점 130 회화 유람선의 구조도 132
제9장	<p>세계대전을 제어한 최적화 이론 134</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 독일의 U보트, 일본의 가미가제 특공기에 대한 대책 136 2. 경영과학의 성립과 종류 138 3. 컴퓨터를 이용한 수학 140 안장점이라고 하는 최적해 142

제10장 사회 발전의 강력한 도구 계량학 144

1. 수량화의 필요와 연구 146
2. 인간 활동은 계량화 사회의 건설 148
3. 계량학과 발전 152
국제적으로 통일된 2개의 계량 기준 155

제11장 정보화 사회의 정탐꾼 암호학 156

1. 암호의 기본과 구성 158
2. 암호 만들기과 풀기 160
3. 정보사회와 암호의 활약 164
일본 최초의 만화 166

제12장 허점투성이 법과 수학 168

1. 사회 발전과 ‘허점투성이 법’ 170
2. 법률이 갖는 한계와 이면의 법칙 172
3. 여러 가지 속임수 상법 174
논리적 설득의 영역과 ‘허점투성이 법’ 178

제13장 수학과 문학의 만남-수학으로 문장을 분석하다(文紋法) 180

1. 문자, 언어의 분석 182
2. 작자불명의 좋은 책 184
3. 문장의 습관 발견과 이용 186
수학과 문학의 접점 190

에필로그 새로 도입된 외래 수학용어 192

1. 일본의 수학용어 변천 194
2. **새로운 발상의 수학시대** 198
3. 여러 가지 ‘외래 수학용어’ 200
수학의 학제간 연구 202

글을 마치며 204

[자료 1] 수학발전사와 ‘수학’의 분류 214

제 6 장

산책로에서 탄생한
위상수학



오사카 도톤보리(道頓堀), 요즈하시 다리 유적지
<나니와(浪花, 일본 제2의 도시 오사카의 옛 지명) 도톤보리에 있는 28개의 다리 건너기>

퍼즐이 학문으로
발전하다

많은 수학자가 “수학이란 무엇인가?”라는 질문에는 대답할 수 없다고 말한다. 이유는 이전의 시대에는 도저히 수학의 대상이 되지 않았던 대상으로부터 새로운 발상의 수학이 탄생한 예가 많기 때문이다.

“계속 발전하는 학문을 단정하여 한마디로 정의할 수 없다”는 생각을 가지고 있는 것이다. 이 장에서는 18세기까지는 단지 쉬운 퍼즐이었던 문제가 엄밀하고 논리적인 학문으로 발전한 대표적인 예를 주제로 삼아본다.

1 일곱 개의 다리 건너기

산책하는 모든 사람이 도전했다는 신기한 문제

동서고금을 막론하고 '수학!'이라는 말을 들으면 얼굴을 찌푸리는 사람이 많은 것이다. 더구나 누가 '수학을 좋아한다든지', '수학자'라고 말하면 그것만으로도 약간 이상한 사람이라고 여겨지기도 한다. 저자도 자주 경험했다.

그러나 '수학여행'을 좋아하는 사람은 꽤 많다. 여기서 소개하는 문제도 그 당시 도시 대부분의 사람들이 흥미를 가지고 도전했던 문제였다.

지금은 러시아이지만 이전에는 동프로이센의 수도였던 쾨니히스베르크(Königsberg, 오늘날의 칼리닌그라드Kaliningrad)라는 도시가 있었다. 발트 해에 면한 항구를 갖고 있는 도시 쾨니히스베르크는 14~15세기에는 '한자동맹(Hanseatic League)' 소속 도시로 번영했다. 또 철학자 칸트(Immanuel Kant)가 평생을 지냈으며 많은 유명한 수학자를 배출한 쾨니히스베르크 대학이 위치한 '사색의 도시'다. 이제 사람들이 흥미를 갖고 도전했다는 문제를 생각해보기로 하자.

한자동맹 13-15세기에 독일 북부 연안과 발트 해 연안의 여러 도시 사이에 상업상 목적으로 이루어진 동맹

그림 1을 보면서 읽어주었으면 좋겠다.

문제: 거리 중간에 흐르고 있는 프레겔 강에 있는 섬을 잇는 7개의 다리가 있다. 이 7개의 다리를 모두 딱 한 번씩만 건너면서 산책하는 방법이 있을까?



2 '한붓그리기'의 규칙

몇 개의 구체적인 예로부터 해결의 키를 찾는다

오래전부터 인간, 특히 어린아이가 사물을 그린 그림은 형태를 대충 곡선으로 쭉 이어가며 '한 붓으로 그리거나' 혹은 이에 가까운 그림이 많다.

7개의 '다리 건너기'는 불가능한 문제인가? 당시 사람들은 처음에 문제를 쉽게 해결할 수 있는 것이라는 선입관을 가졌기 때문에 열심히 도전하여 실패하면, 자신의 방법이 틀렸다고 생각하며, 몇 번이고 다른 방법으로 시도해봤을 것이다. 그리고 계속 실패하면서 차차 '혹시 답이 없나?' 하고 생각하기 시작했다.

만일 그렇다면 답이 없다는 것을 확인해야 되는데(불가능의 증명), 논리적으로 증명한다는 것은 아마추어에게는 쉽지 않다. 이 어려운 문제를 훌륭하게 해결한 사람이 당시 위대한 수학자 오일러(Leonhard Euler)였다.

그는 아마추어도 이해하기 쉽게 증명 방법을 정확하게 설명했다.

101쪽에 선그림을 A, B, C 3종류로 나타내었다. 이것이 바로 문제 해결의 열쇠이다. A, B, C가 어떤 차이가 있는지를 살펴보자.

문제	풀 수 있다	논증되었다
		실증할 수 있었다
	풀 수 없다	불가능의 증명
모른다		
기타	의미 불명	
	조건 부족 등	

잘 알려진 예 '한 붓으로 그린 그림'



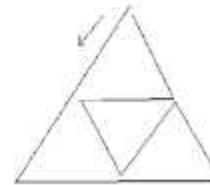
고대 구석기 시대 동굴벽화
타스코(Lascaux, 프랑스)의 사냥하는 그림



나스카 지상 그림(Naska Line)
여러 종류가 있다.



만리장성의 서쪽 끝, 가옥관(嘉欲關) 바다에 그려
진 용(龍)자. 2000년을 기념하여 촬영
세로 1km, 가로 300m의 커다란 글자



3 마술 같은 도형학 '위상수학(topology)'

유연한 생각으로부터 여러 가지 불가사의가 탄생한다

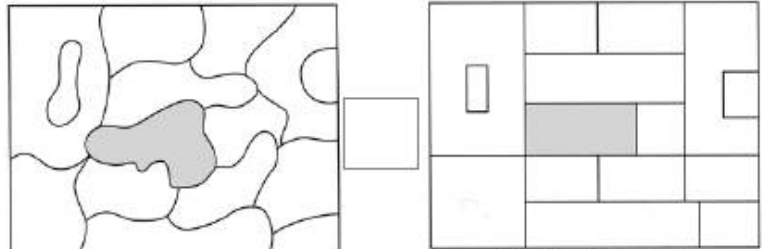
여럿이 삼을 가지고 놀이하는 기분으로 구멍을 파다가, 우연히 한 사람이 광맥을 발견하여 파고 들어갔더니 금, 은, 동은 물론 다이아몬드까지 많은 보석이 나왔다면 전문가도 깜짝 놀랄 것이다.

이러한 얘기에 꼭 맞는 것이 바로 '7개 다리 한 번에 건너기 문제'다.

종래에 잘 알려지고 익숙한 계량기하학과는 아주 다른 '위상기하학'이라는 수학이 탄생하여 광범위하게 이용되고 발전되었다. '필요하면 모양을 쓰기 쉽도록 규칙에 따라 변형해서 써도 좋다.'는 것이 기본 특징이다.

19세기 이후 복잡하게 변해가던 유럽지도를 만드는데 최소의 색으로 인쇄하려고 고민하던 문제가 유명한 '사색문제(4 color problem)'로 발전하여, 마침내 컴퓨터를 이용하여 답을 낸 수학자도 있었다.

- 응용 범위
- 일상생활의 편리와 흥미
 - 설과 고무, 종이, 판의 매직
 - 생산·공업계에 공헌
 - 도형의 새 학문 완성
 - 수학 전반으로의 영향
 - 기타

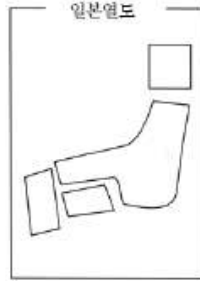
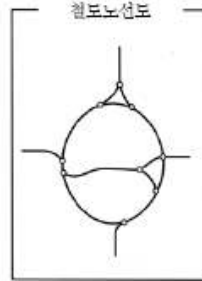


여러 나라들이 인접한 복잡한 지도를 가장 적은 색으로 구분하여 그린다.

열과 위상(위치의 패턴)이 '위상동형(같은 모양)'인 그림이다.

사색 문제-실증은 완료되었으나 논증은 아직 여지가 남아 있다.

☞ 일상생활에 이용 ☜



☞ 불가사의한 위상수학의 세계 ☜

몹비우스의 띠(Mobius strip)

뒷면과 앞면이 있는 긴 종이를 꼬아서 양쪽 끝을 붙여서 만든 띠이다. 여기에 연필로 뒷면 또는 앞면 중 한 면의 한 점에서 시작하여 쪽 이어지게 선을 그으면 뒷면과 앞면의 선이 연결된다. 즉, 몹비우스의 띠에는 앞면과 뒷면이 없다. 직사각형은 2차원 도형이지만 한 번 꼬아서 만들어진 몹비우스의 띠는 3차원의 도형이다.



클라인 병(Klein's bottle)

독일의 수학자 클라인(Felix Klein, 1849~1925)이 고안했다. 이 항아리를 만들 때는 우선 직사각형으로 둥근 판을 만든다. 이 령게 만든 판을 한 번 들어서 판의 꼭면에 구멍을 뚫고 집어넣어 양끝(입구)이 만나게 하면 된다. 이 병은 양끝이 붙어 있다는 점에서 분명히 닫혀 있는 데도 사실은 열려 있다. 이 병의 활용은 아직 이루어지지 않고 있는데, 이유는 액체를 넣으면 흘러나가기 때문이다. 그러나 몹비우스의 띠는 기계 벨트용 등으로 이미 실용화되었다.



생각해보면

아시아(일본)에도 있었던 '다리 건너기 문제'

피니히스베르크의 7개의 다리 건너기 문제가 제기되고 약 100년 후 수학자(화산가, 和算家) 다케다 신겐(武田 眞元)이 지은 《신겐산법(眞元算法)》(1845년)에 '나니와(浪花, 일본 제2의 도시, 오사카의 옛 지명) 28개 다리 건너기 문제가 있다.

독일로부터 전래된 문제인지, 신겐 자신이 창안한 문제인지는 불분명하지만 흥미 있는 문제이다. 이 책에 있는 그림 중 왼쪽 아래 것이다. 출발하는 다리는 28의 수에서 제외되어 있다.

에도 시대, 특히 오사카 사람들이 얼마나 흥미를 가졌는가는 불분명하지만 다리 개수가 너무나 많아서 아마 질려서 중도에 포기한 사람이 많았을 것으로 예상된다. 현재는 다음 쪽 지도와 같이 강은 거의 다 매립되어 도톤보리 강과 요즈하시를 기념하는 다리의 모형만 남았다.