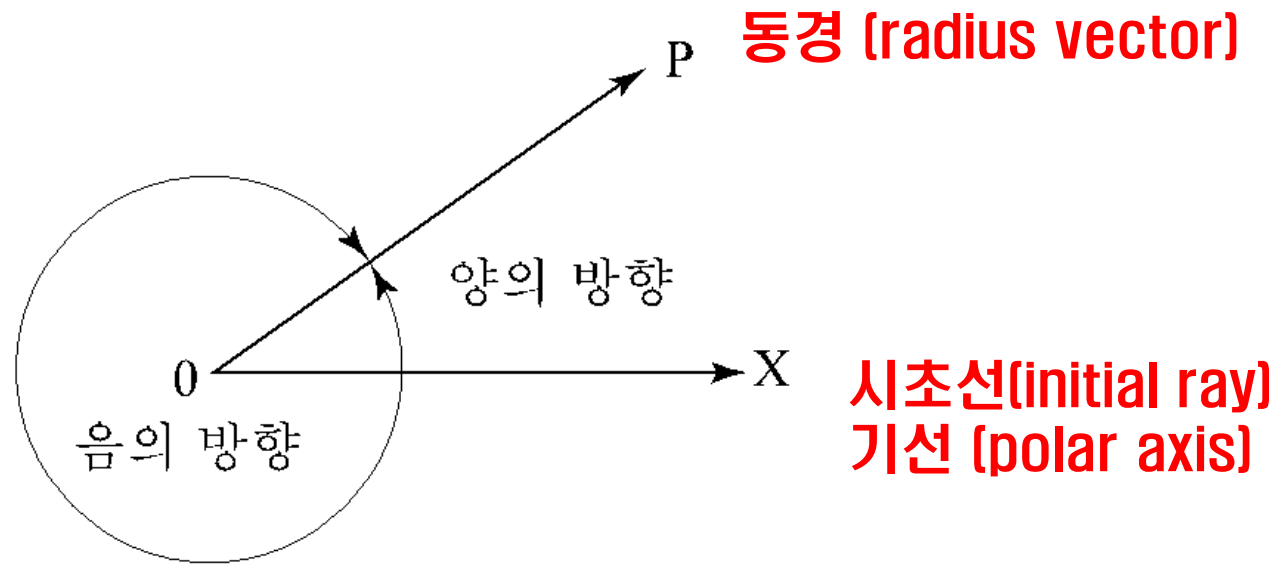
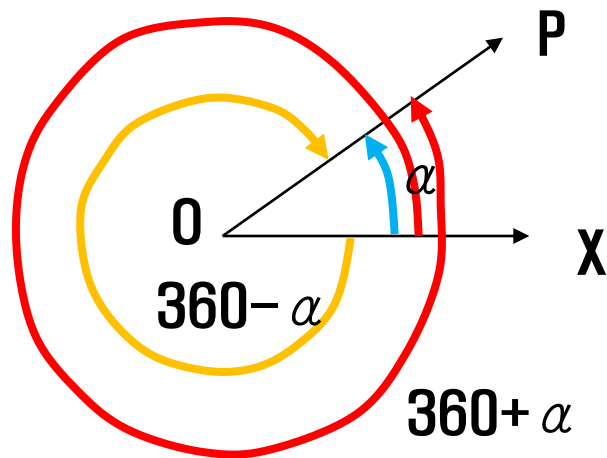




동경의 회전 방향



각도의 표현 방법

$$\angle XOP = \alpha = \alpha + 360^\circ = \alpha + 720^\circ = \dots$$

$$\angle XOP = \alpha = \alpha - 360^\circ = \alpha - 720^\circ = \dots$$

일반적으로

$$\angle XOP = \alpha = \alpha \pm 360^\circ \times n, \quad n \text{ 은 정수}$$

호도법 (circular measure)

- 라디안 (radian) = 호의 길이 / 반경
- ❖ 1(rad) : 반지름의 길이와 같아지는 호의 길이가 이루는 각

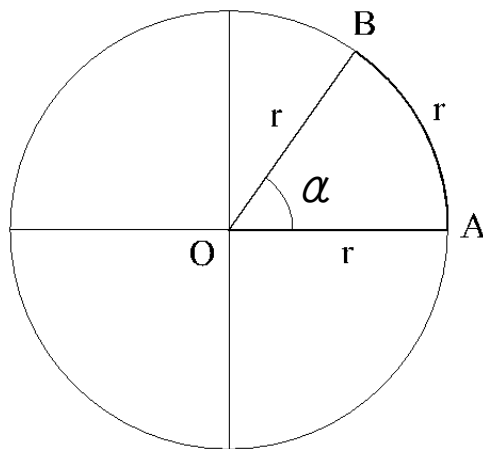


그림 2.15 호도법

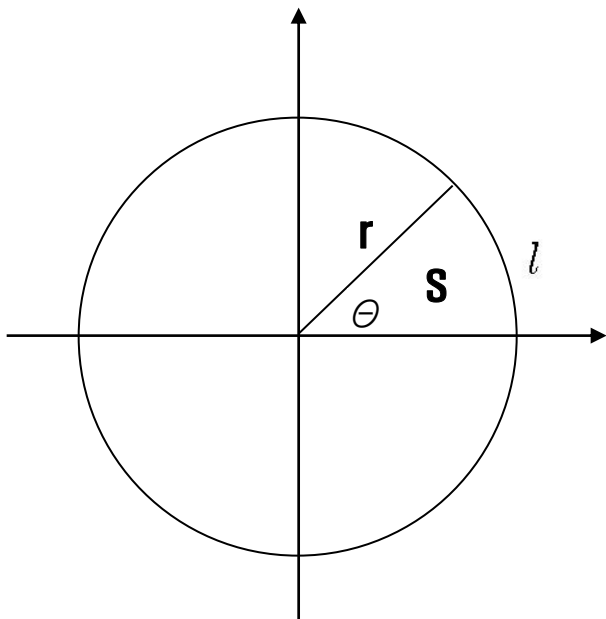
$$360(\text{deg}) = 2\pi r/r [\text{rad}] = 2\pi (\text{rad})$$

$$\text{그러므로, } 1(\text{rad}) = 180/\pi (\text{deg}) = 57.3^\circ$$

예제 2-6

반지름의 길이가 r 인 원에서 중심각이 θ 인 부채꼴의 호의 길이를 l , 부채꼴의 넓이를 S 라 하면, **길이 l 과 면적 S 를 r 과 θ 로 나타내어라**

solution

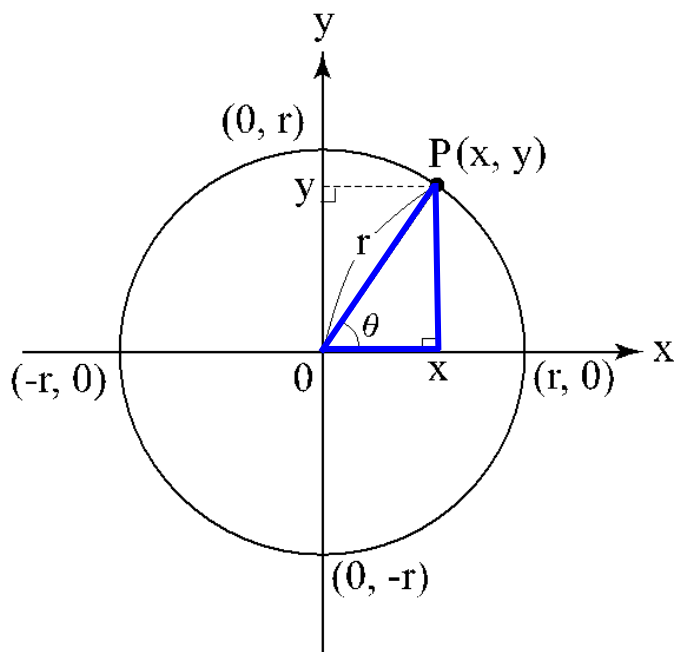


● 각의 비례식에서

$$\theta : l = 2\pi : 2\pi r \Rightarrow l = r \theta$$

● 면적의 비례식에서

$$\theta : S = 2\pi : \pi r^2 \Rightarrow S = \frac{1}{2} r^2 \theta = \frac{1}{2} r l$$



원과 삼각비

$$(1) \cos \theta = \frac{x}{r} \quad (r = \sqrt{x^2 + y^2})$$

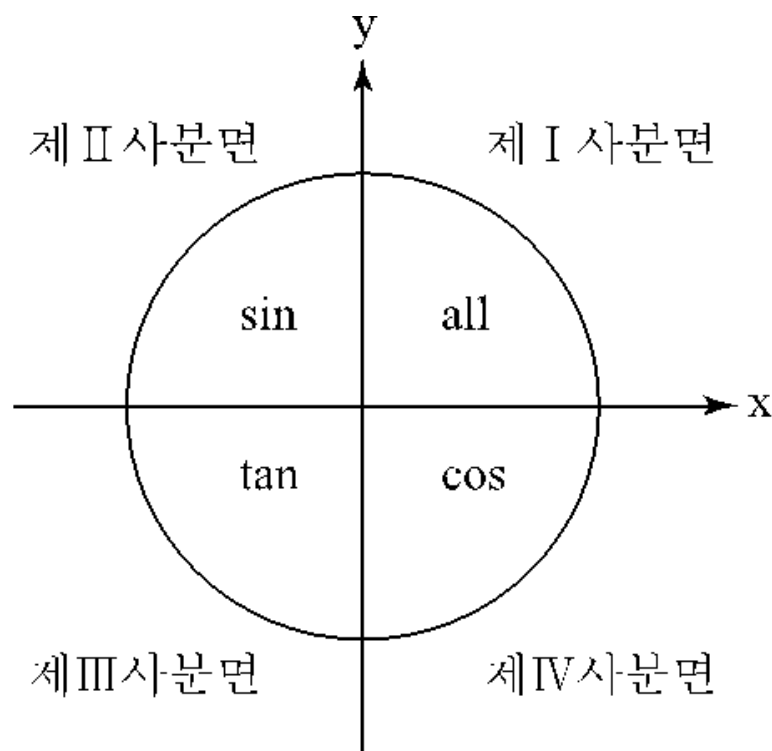
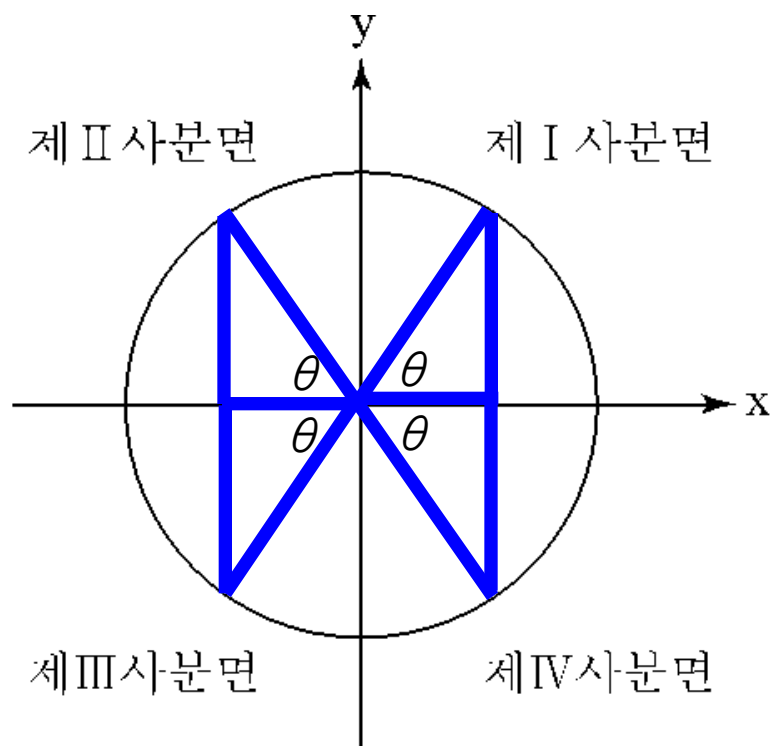
$$(2) \sin \theta = \frac{y}{r}$$

$$(3) \tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \quad (x \neq 0 \text{ 또는 } \theta \neq \pi/2, 3\pi/2)$$

$$(4) \sec \theta = \frac{r}{x} = \frac{1}{\cos \theta} \quad (x \neq 0 \text{ 또는 } \theta \neq \pi/2, 3\pi/2)$$

$$(5) \operatorname{cosec} \theta = \frac{r}{y} = \frac{1}{\sin \theta} \quad (y \neq 0 \text{ 또는 } \theta \neq 0, \pi)$$

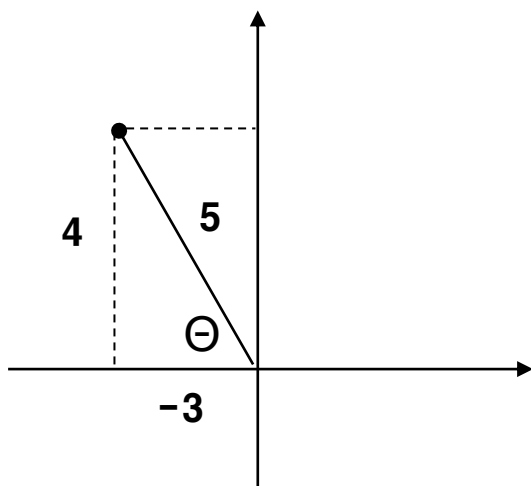
$$(6) \cot \theta = \frac{x}{y} = \frac{1}{\tan \theta} \quad (y \neq 0 \text{ 또는 } \theta \neq 0, \pi)$$



삼각비가 +인 사분면

예제 2-7 원점 O와 점 P(-3, 4)를 지나는 동경을 나타내는 Θ 에 대하여 삼각비의 값을 구하여라.

solution

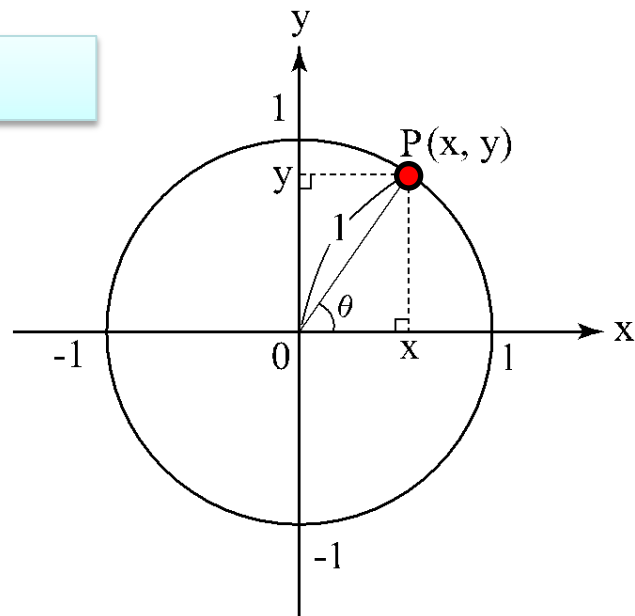


$$\sin \theta = \frac{4}{5}, \quad \cos \theta = -\frac{3}{5}, \quad \tan \theta = -\frac{4}{3}$$

$$\operatorname{cosec} \theta = \frac{5}{4}, \quad \sec \theta = -\frac{5}{3}, \quad \cot \theta = -\frac{3}{4}$$

$$\operatorname{cosec} \theta = \frac{5}{4}, \quad \sec \theta = -\frac{5}{3}, \quad \cot \theta = -\frac{3}{4}$$

삼각함수의 몇 가지 성질



단위원과 삼각비

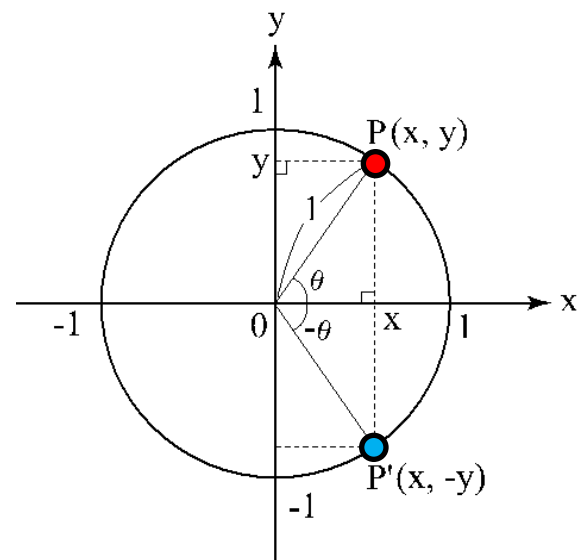
$\cos \theta = \frac{x}{1} = x$, $\sin \theta = \frac{y}{1} = y$ 이고, $x^2 + y^2 = 1$ 이므로 다음 등식이 성립한다

$$(1) \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = x^2 + y^2 = 1$$

$$(2) 1 + \tan^2 \theta = 1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2 = \frac{x^2 + y^2}{x^2} = \frac{1}{x^2} = \frac{1}{\cos^2 \theta} = \sec^2 \theta$$

$$(3) 1 + \cot^2 \theta = \operatorname{cosec}^2 \theta$$

편각에 따른 삼각비 (1)



편각 $-\theta$ 에 대한 삼각비

$$\cos \theta = x, \quad \sin \theta = y, \quad \tan \theta = \frac{y}{x} \quad \text{이므로}$$

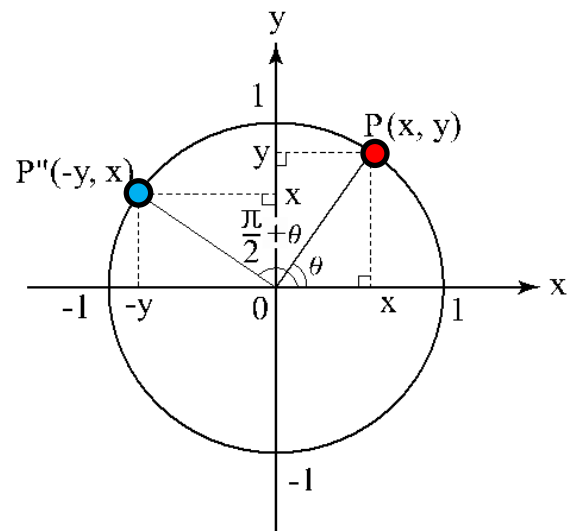
$$\cos(-\theta) = x = \cos \theta, \quad \sin(-\theta) = -y = -\sin \theta, \quad \tan(-\theta) = \frac{-y}{x} = -\tan \theta$$

따라서 편각 θ 와 $-\theta$ 에 대한 다음과 같은 삼각비의 관계를 얻는다.

$$\cos(-\theta) = \cos \theta, \quad \sin(-\theta) = -\sin \theta, \quad \tan(-\theta) = -\tan \theta$$

$-\theta$ 는 점이 4사분면으로 가므로 cos만 +

편각에 따른 삼각비 [2]



편각 $\pi/2 + \theta$ 에 대한 삼각비

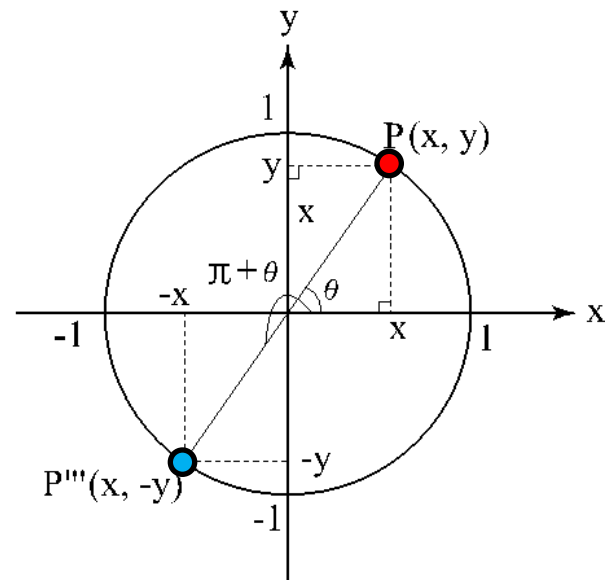
$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -y = -\sin \theta, \quad \sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = x = \cos \theta, \quad \tan\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \frac{x}{-y} = -\cot \theta$$

따라서 편각 θ 와 $\frac{\pi}{2} + \theta$ 에 대한 다음과 같은 삼각비의 관계를 얻는다.

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\sin \theta, \quad \sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \cos \theta, \quad \tan\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\cot \theta$$

$\pi/2 + \theta$ 는 점이 2사분면으로 가면서 x, y 좌표가 바뀌므로,
sin만 +이고, sin은 cos으로, cos은 sin으로, tan는 cot로 바뀐다

편각에 따른 삼각비 (3)



편각 $\pi + \theta$ 에 대한 삼각비

$$\cos(\pi + \theta) = -x = -\cos \theta, \quad \sin(\pi + \theta) = -y = -\sin \theta, \quad \tan(\pi + \theta) = \frac{-x}{-y} = \frac{x}{y} = \tan \theta$$

그러므로 편각 θ 와 $\pi + \theta$ 에 대한 다음과 같은 삼각비의 관계를 얻는다.

$$\cos(\pi + \theta) = -\cos \theta, \quad \sin(\pi + \theta) = -\sin \theta, \quad \tan(\pi + \theta) = \tan \theta$$

$\pi + \theta$ 는 점이 3사분면으로 가므로 tan만 +

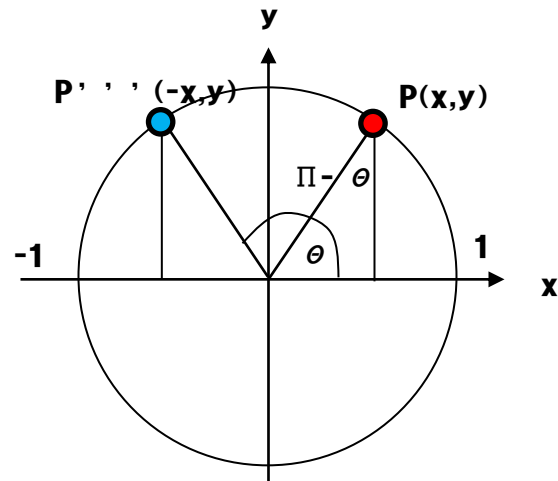
편각에 따른 삼각비 (4)

$$\cos(\pi - \theta) = -\cos(-\theta) = -\cos \theta,$$

$$\sin(\pi - \theta) = -\sin(-\theta) = -(-\sin \theta) = \sin \theta,$$

$$\tan(\pi - \theta) = \tan(-\theta) = -\tan \theta$$

이므로 다음 관계식을 얻는다.



$$\cos(\pi - \theta) = -\cos \theta, \quad \sin(\pi - \theta) = \sin \theta, \quad \tan(\pi - \theta) = -\tan \theta$$

$\pi - \theta$ 는 점이 2사분면으로 가므로 sin만 +

예제 2-8 다음 삼각비를 구하여라.

$$(1) \sin \frac{25\pi}{6} \quad (2) \cos 630^\circ \quad (3) \cot \left(-\frac{27\pi}{4} \right) \quad (4) \sec 1140^\circ$$

solution

$$(1) \frac{25\pi}{6} = 4\pi + \frac{\pi}{6} \text{ 이므로 } \sin \frac{25\pi}{6} = \sin \left(4\pi + \frac{\pi}{6} \right) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

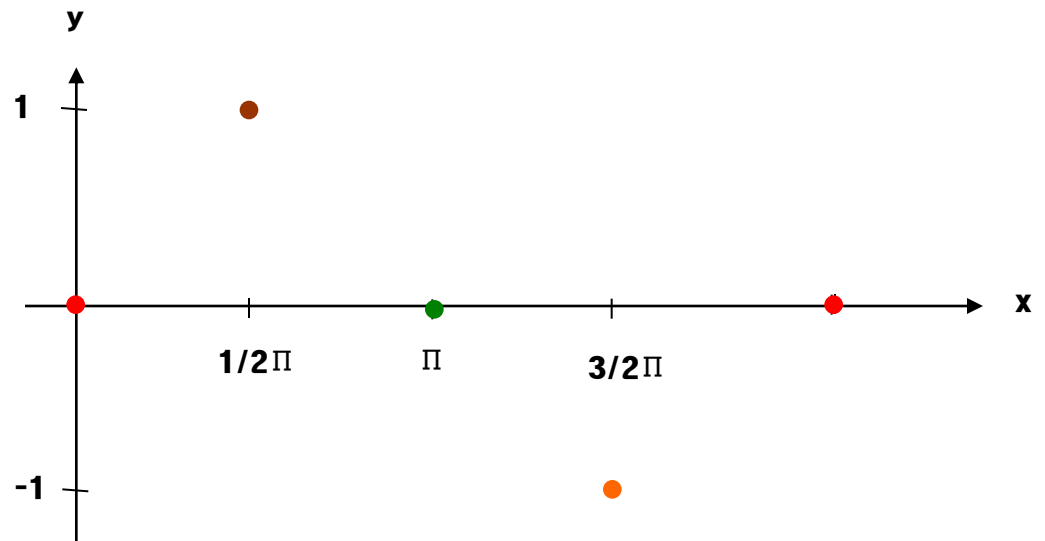
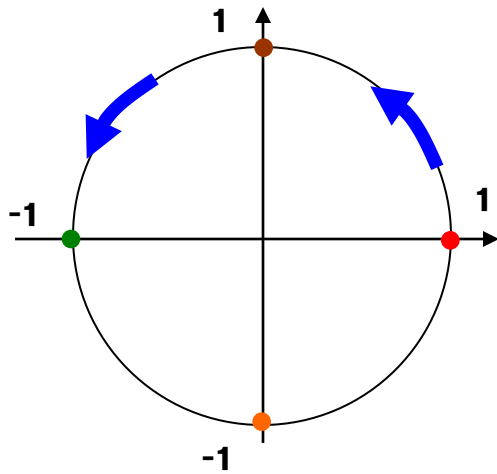
$$(2) 630^\circ = 360^\circ + 270^\circ \text{ 이므로 } \cos 630^\circ = \cos (360^\circ + 270^\circ) = \cos 270^\circ = 0$$

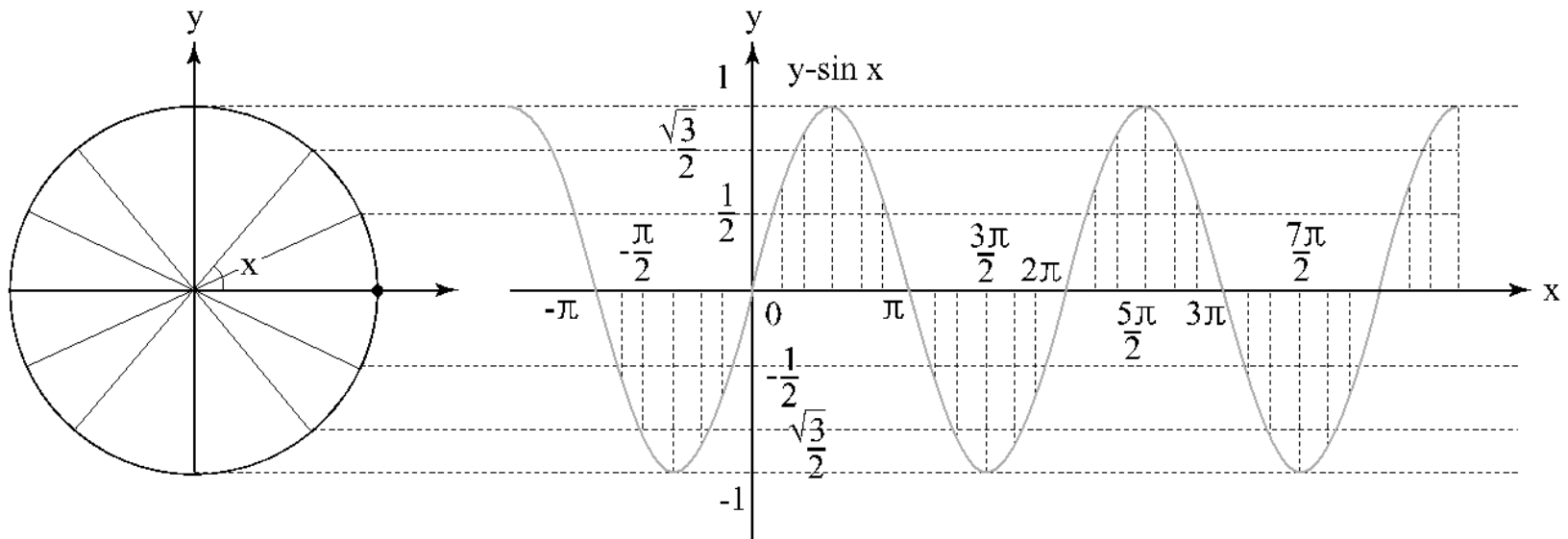
$$(3) -\frac{27\pi}{4} = -7\pi + \frac{\pi}{4} \text{ 이므로 } \cot \left(-\frac{27\pi}{4} \right) = \cot \left(-7\pi + \frac{\pi}{4} \right) = \cot \frac{\pi}{4} = 1$$

$$(4) 1140^\circ = 3 \times 360^\circ + 60^\circ \text{ 이므로}$$

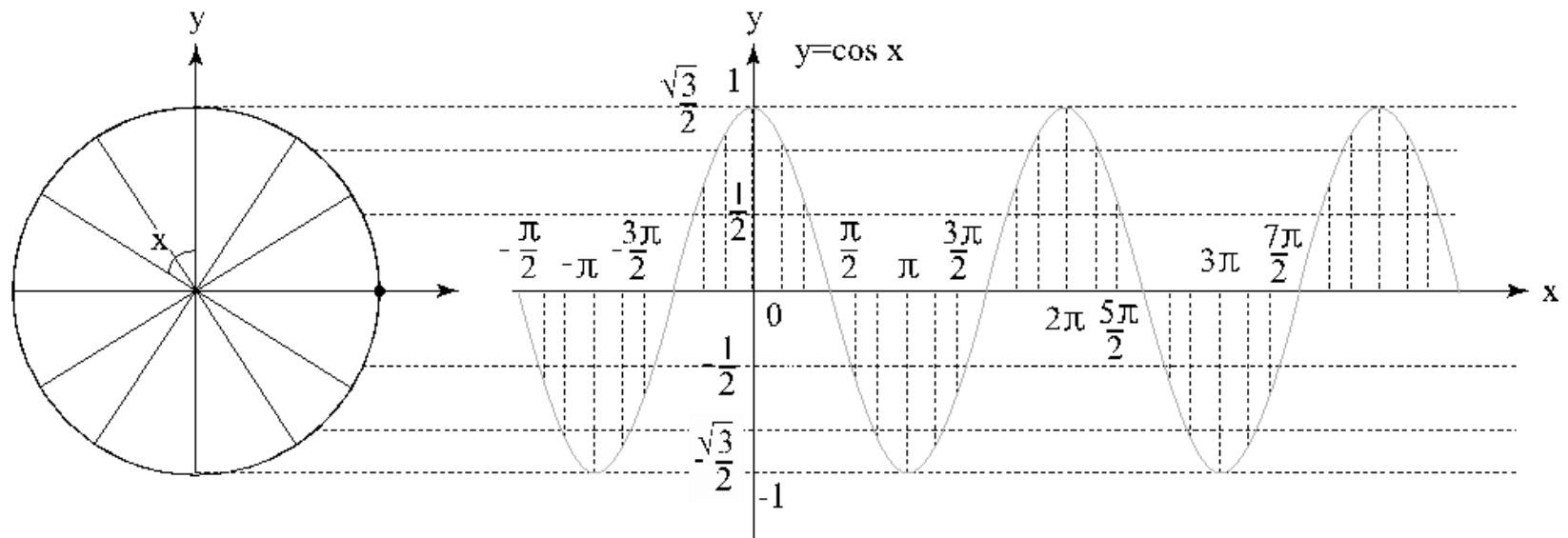
$$\sec 1140^\circ = \sec (3 \times 360^\circ + 60^\circ) = \sec 60^\circ = \frac{1}{\cos 60^\circ} = 2$$

$y = \sin x$ 그래프

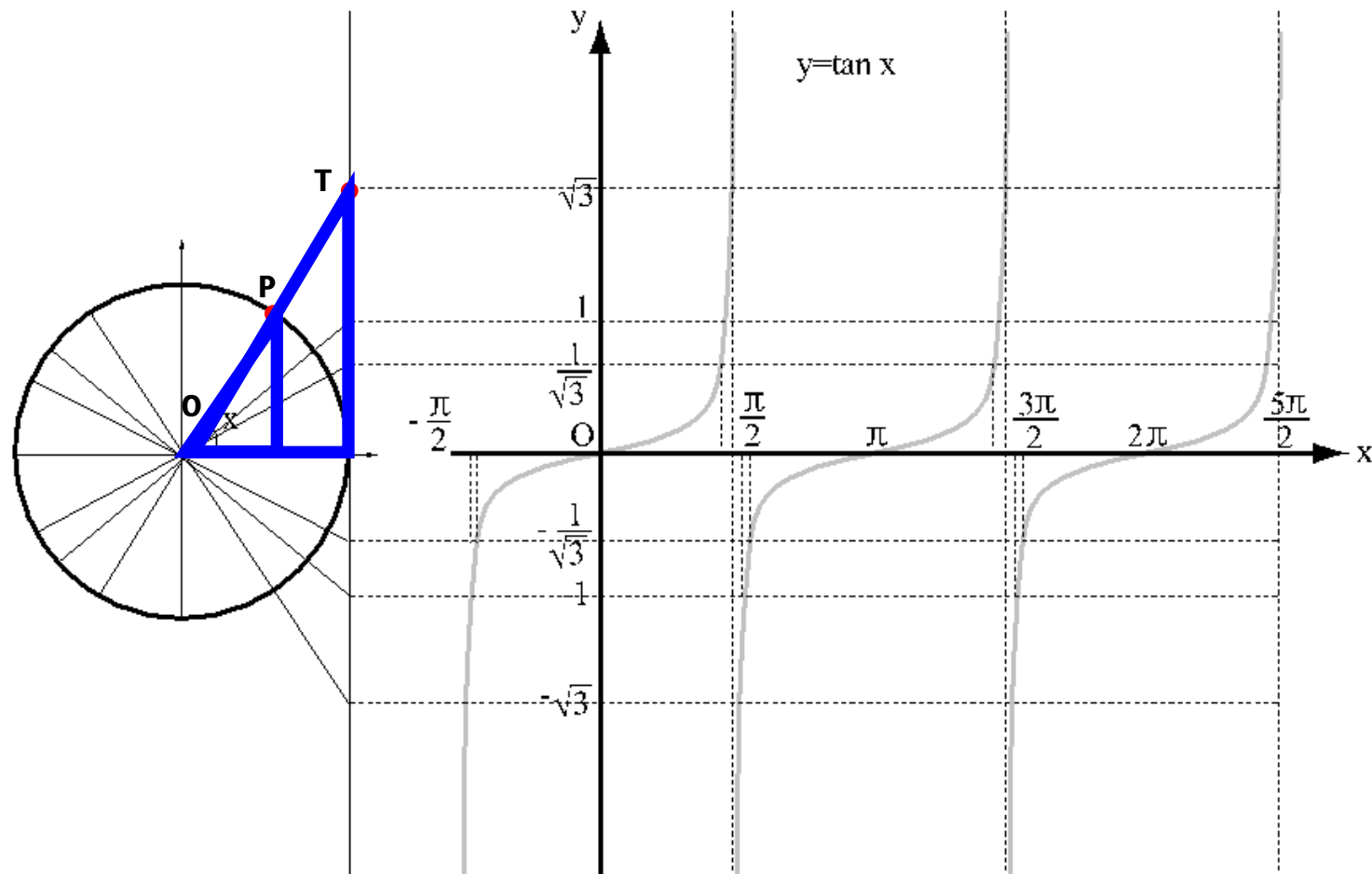




$y = \sin x$ 의 그래프



$y = \cos x$ 의 그래프

 **$y = \tan x$ 의 그래프**

삼각함수의 주기(1)

$$f(x) = f(x+p)$$

$f(x)$: 주기함수(periodic function)

상수 p : 함수 $f(x)$ 의 주기(period)

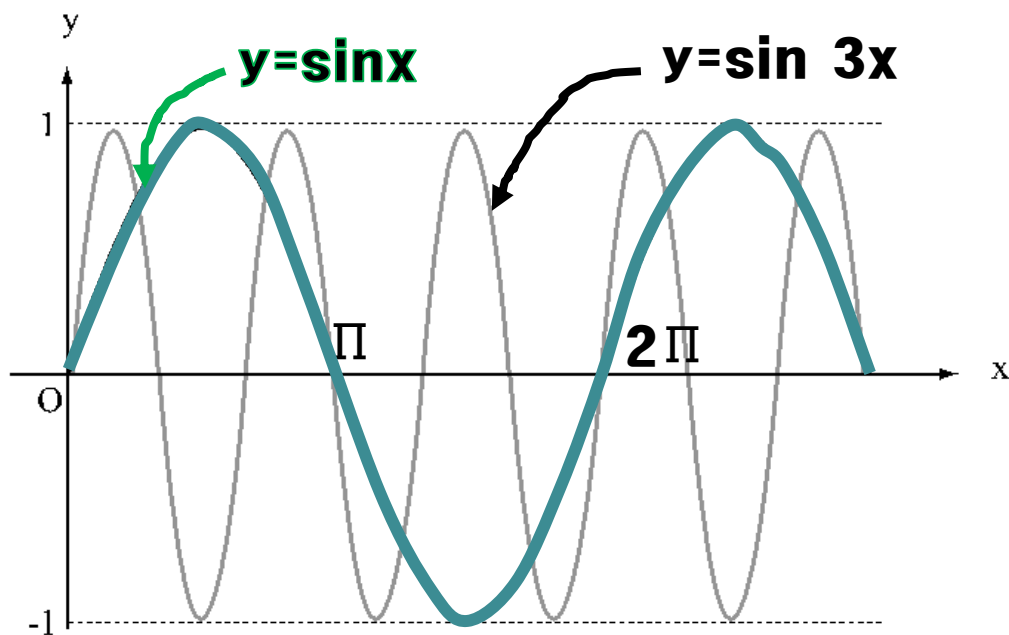
$$\cos(x+2n\pi) = \cos x, \quad \sin(x+2n\pi) = \sin x, \quad \tan(x+n\pi) = \tan x$$

sin, cos 주기 : 2π
tan 주기 : π

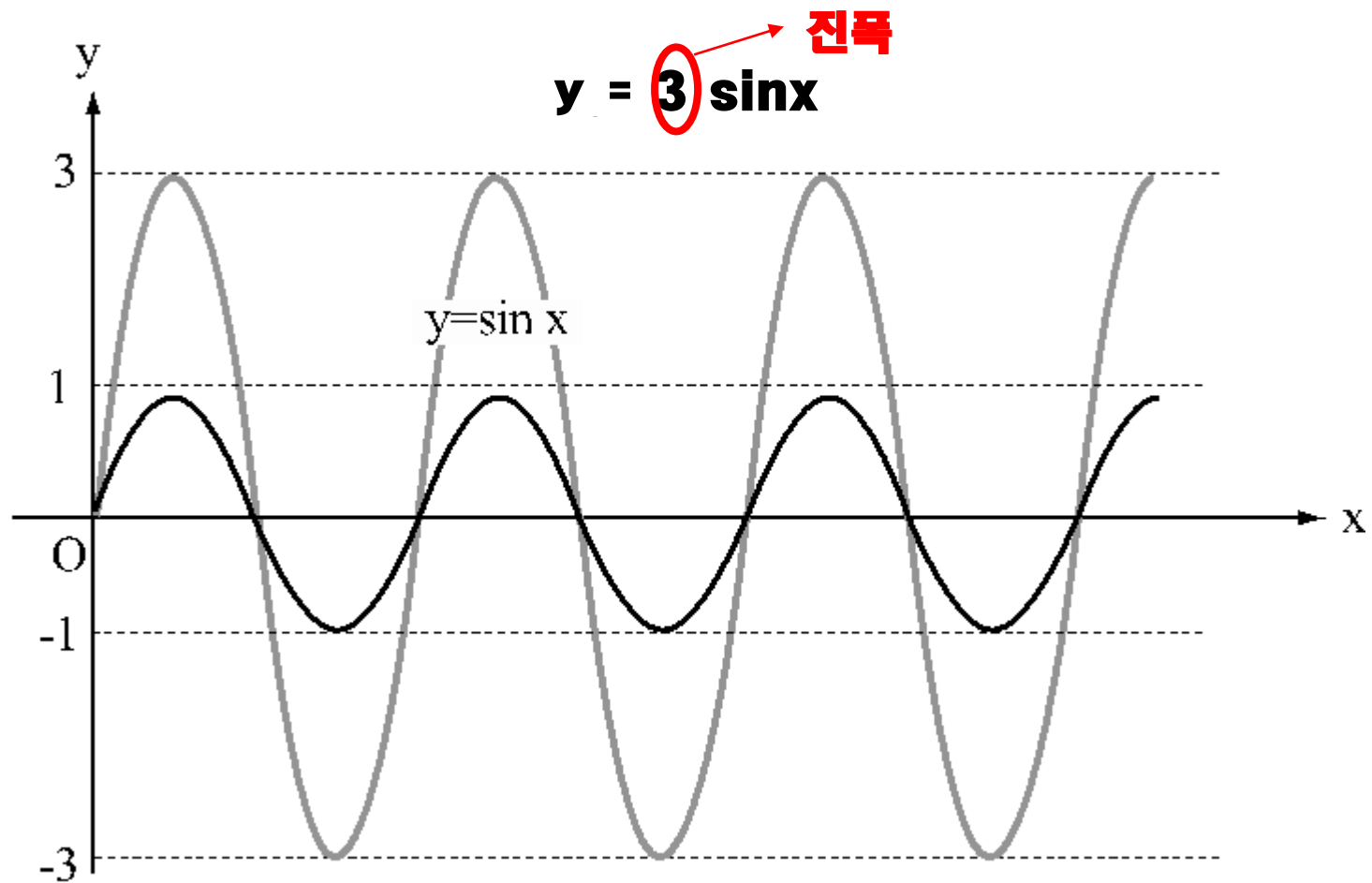
삼각함수의 주기(2)

$$y = \sin x \text{ 와 } y = \sin 3x$$

$\sin x$ 의 주기 : $x=2\pi$ $\sin 3x$ 의 주기 : $3x=2\pi \rightarrow x=2\pi/3$



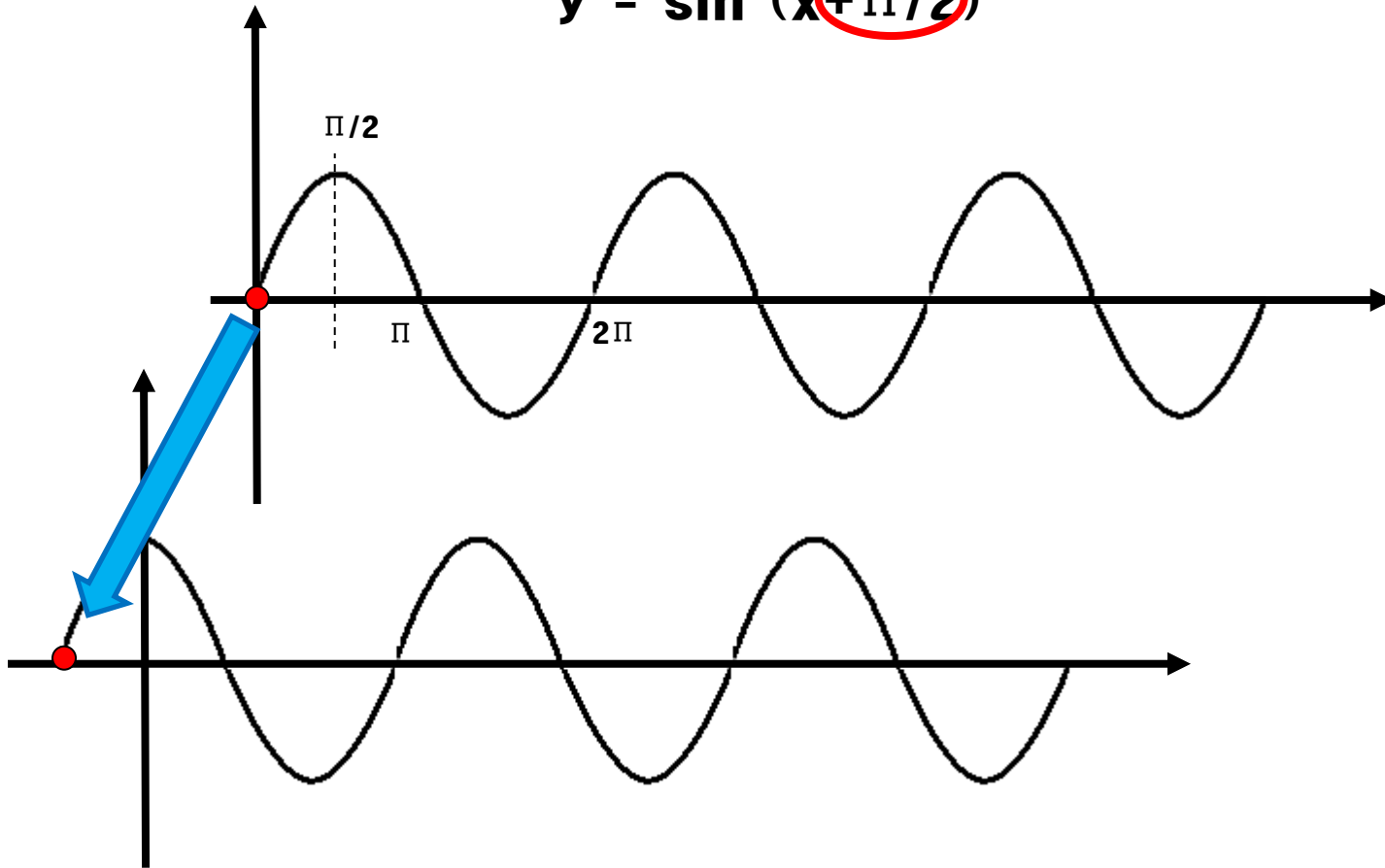
$y = \sin x$ 와 $y = \sin (3x)$ 의 그래프



$y = \sin x$ 와 $y = 3 \sin x$ 의 그래프

$$y = \sin(x + \pi/2)$$

위상 (평행이동)



$$y = r \sin (\omega x - a)$$

(i) 최대값 = r , 최소값 = $-r$

(ii) 주기 : $2\pi / \omega$

(iii) 이동 : 양의 x 축 방향으로 a 만큼 평행이동

$$y = r \tan (\omega x - a)$$

(i) $\tan$ 는 주기가 π 이므로 주기는 π / ω

예제 2-9 다음 함수의 주기를 구하여라.

$$(1) y = \sin\left(100\pi x + \frac{\pi}{2}\right) \quad (2) y = \cos(45^\circ x + 30^\circ) \quad (3) y = \tan \frac{x}{2}$$

solution

$$100\pi x = 2\pi$$



$$(1) \frac{2\pi}{100\pi} = \frac{1}{50}$$

$$45^\circ x = 360^\circ$$



$$(2) \frac{360^\circ}{45^\circ} = 8$$

$$x/2 = \pi$$



$$(3) \frac{\pi}{1/2} = 2\pi$$