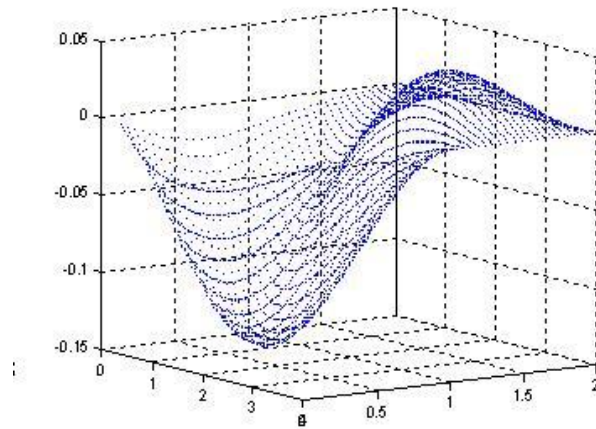
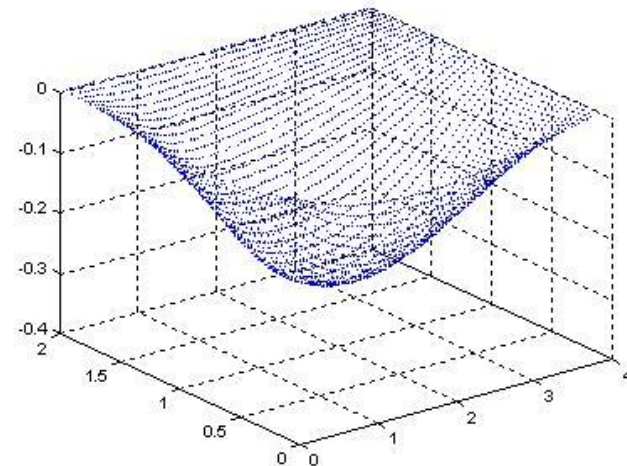


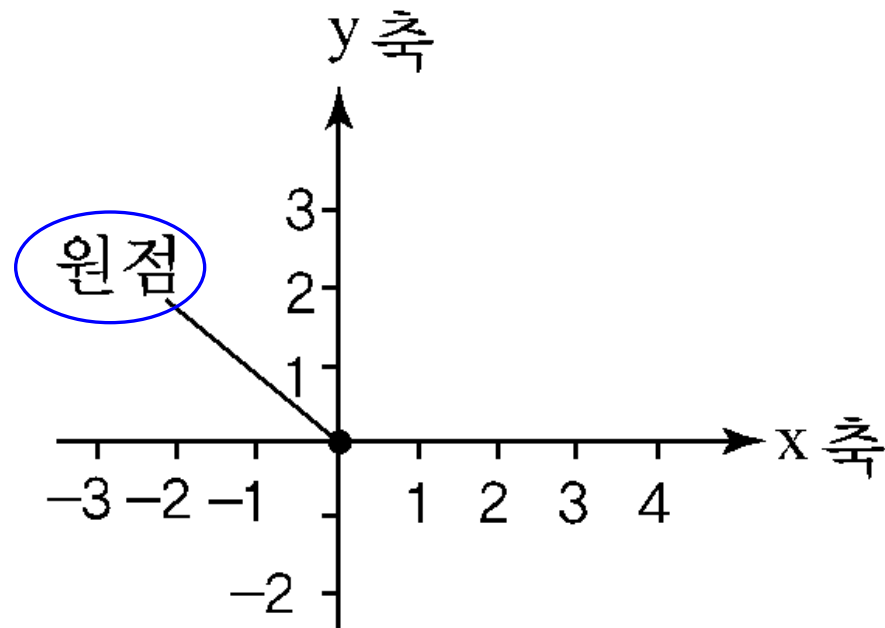
Chapter 01

함수 [Function]

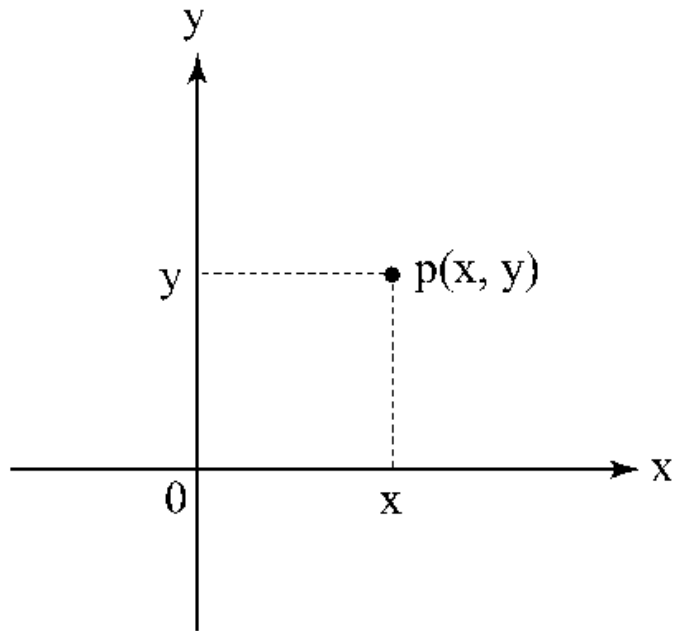


19

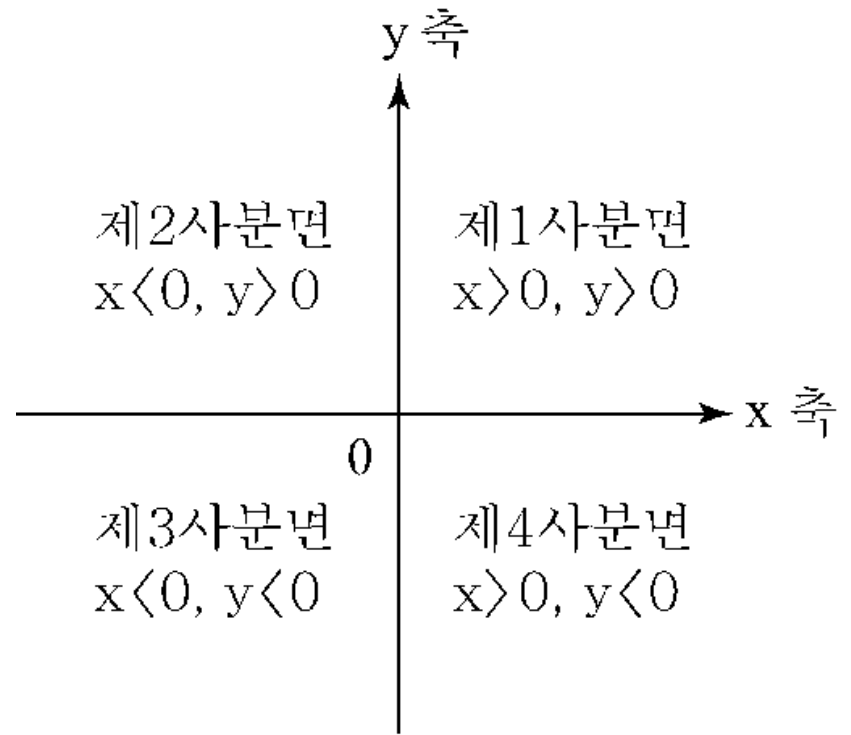




Cartesian 좌표축



점 $P(x, y)$ 의 위치



좌표평면의 분할

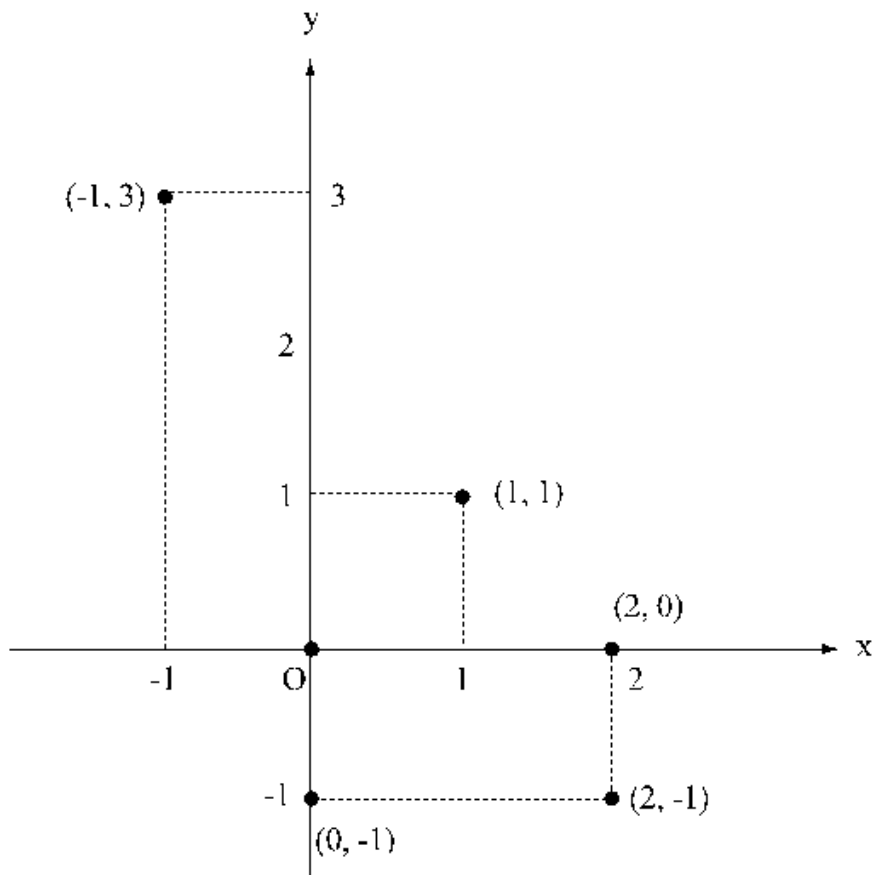
예제 1-1

다음 각 점을 포함하는 사분면 또는 좌표축을 나타내고, 점의 위치를 표시하여라.

(1) $(2, 0)$ (2) $(0, 0)$ (3) $(2, -1)$

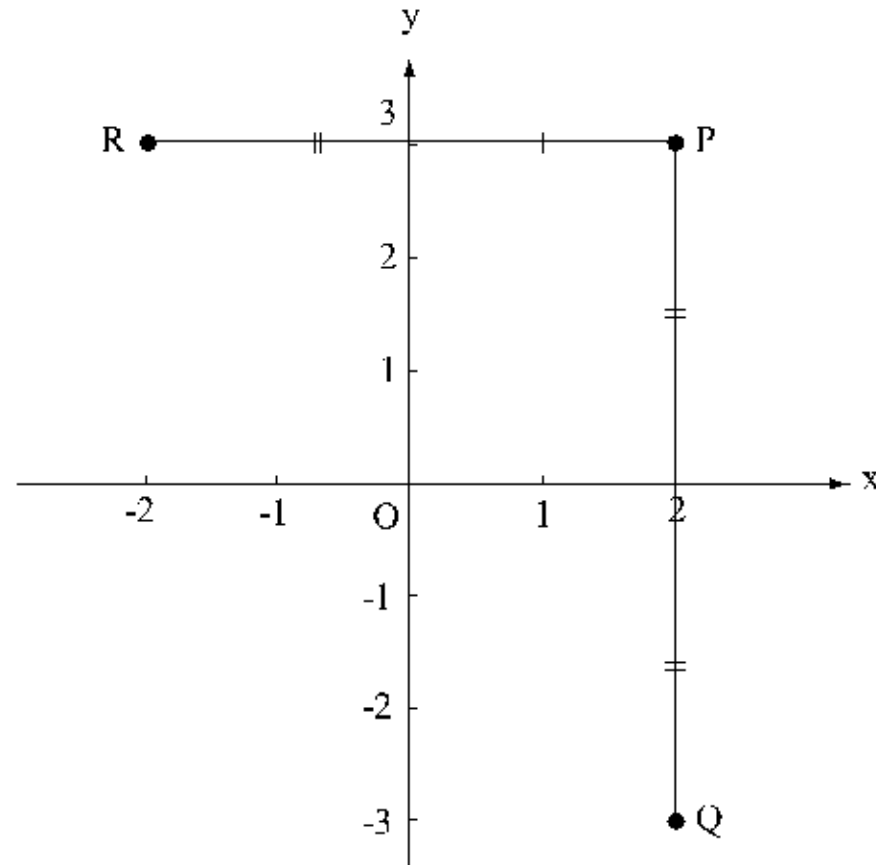
(4) $(-1, 3)$ (5) $(1, 1)$ (6) $(0, -1)$

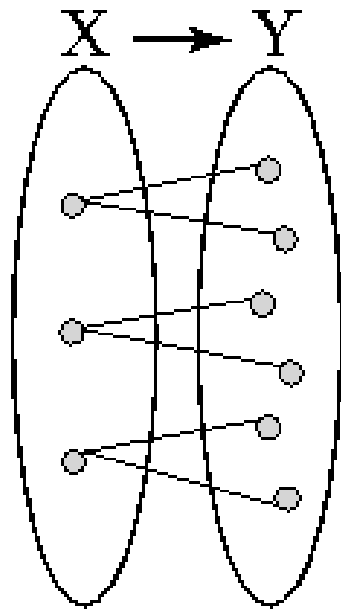
solution



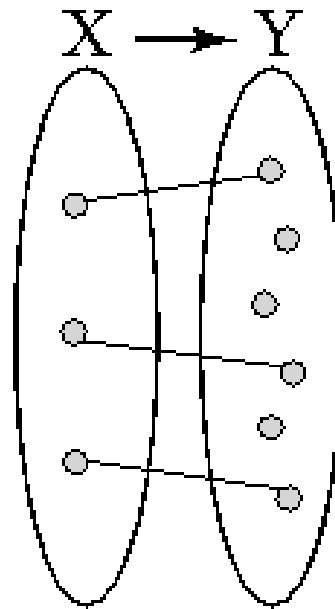
예제 1-2 점 $P(2,3)$ 을 좌표평면에 표시하고, 어떤 점 Q 와 R 에 대하여 선분 $\overline{PQ}$ 와 $\overline{PR}$ 이 각각 x 축과 y 축에 의하여 2등분된다고 할 때, 점 Q 와 R 의 좌표를 구하여라.

solution

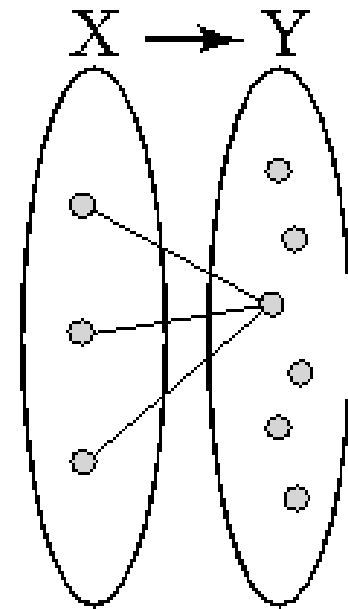




일대다 대응

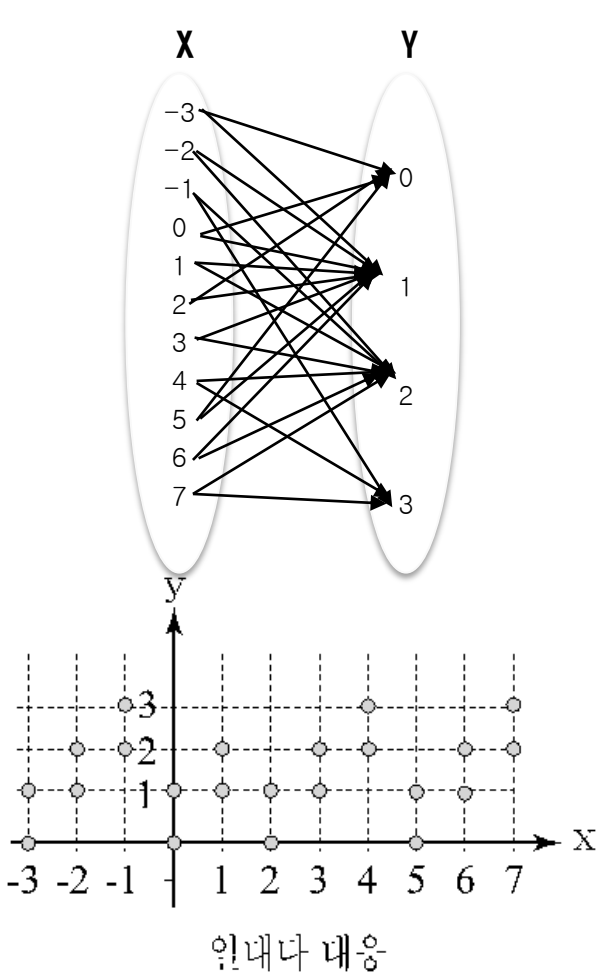


1 대 1 대응

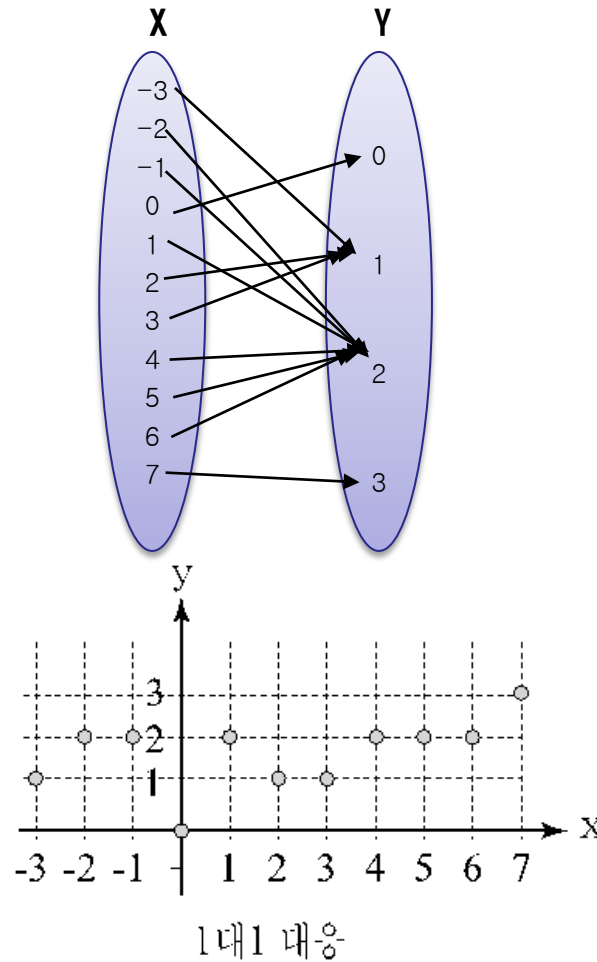


다대일 대응

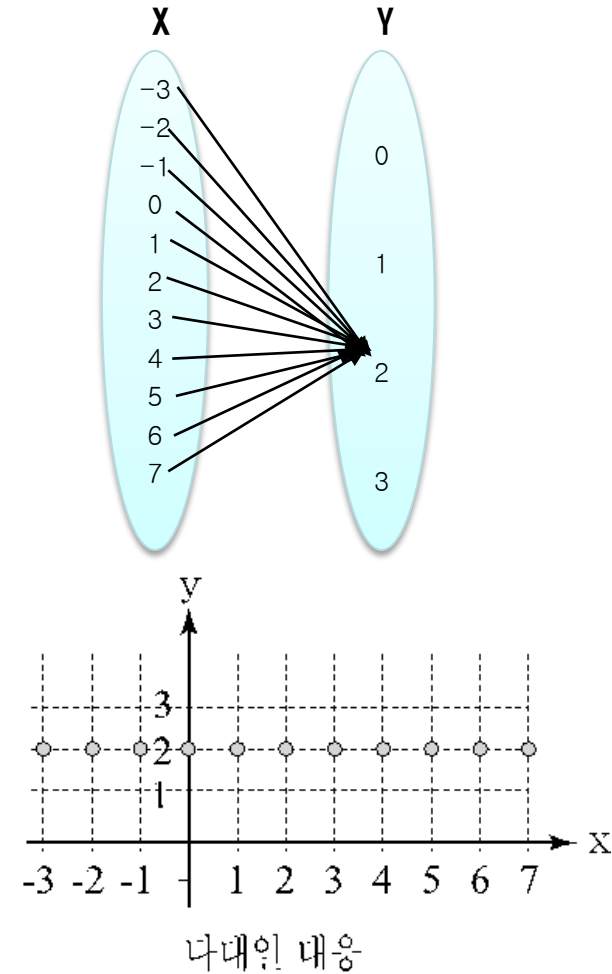
두 집합의 대응관계



**X안의 원소에 대하여
Y안의 두 원소들이 대응**



**X안의 원소에 대하여
Y안의 한 원소들이 대응**



**X의 모든 원소가 Y안의 오로지
한 원소와 대응**

대응관계에 대한 Cartesian 좌표

- 함수(function) 또는 사상 (mapping) :

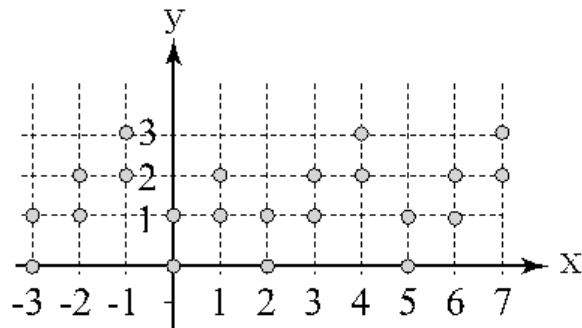
X 의 각 원소 x 에 대하여 Y 안의 오직 한 개의 원소 y 를 대응시키는 대응규칙 (1대1 대응 또는 다대일 대응)

$$f : X \rightarrow Y$$

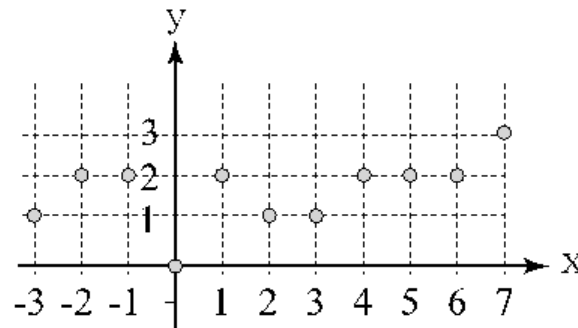
정의역(domain)

공변역(codomain)

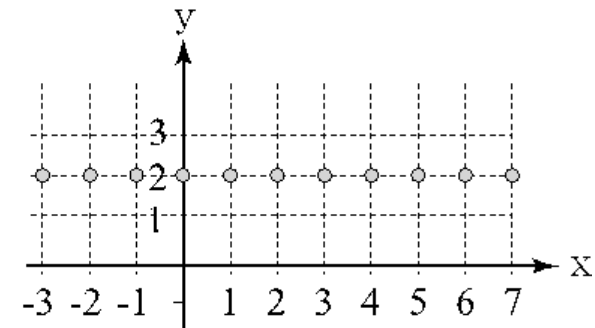
- 함수(function) : X 의 각 원소 x 에 대하여 Y 안의 오직 한 개의 원소 y 를 대응시키는 대응규칙 (1대1 대응 또는 다대일 대응)



일대다 대응



1대1 대응



다대일 대응



- 함수 $f : X \rightarrow Y$ 에 대하여

X 의 원소 x 에 대응하는 집합 Y 의 원소를 $y=f(x)$ 로 나타내며,
이것을 f 의 x 에서의 함수값(value)라고 한다.

- 치역(range) : 집합 X 안의 모든 원소 x 에 대한 함수값들의
집합

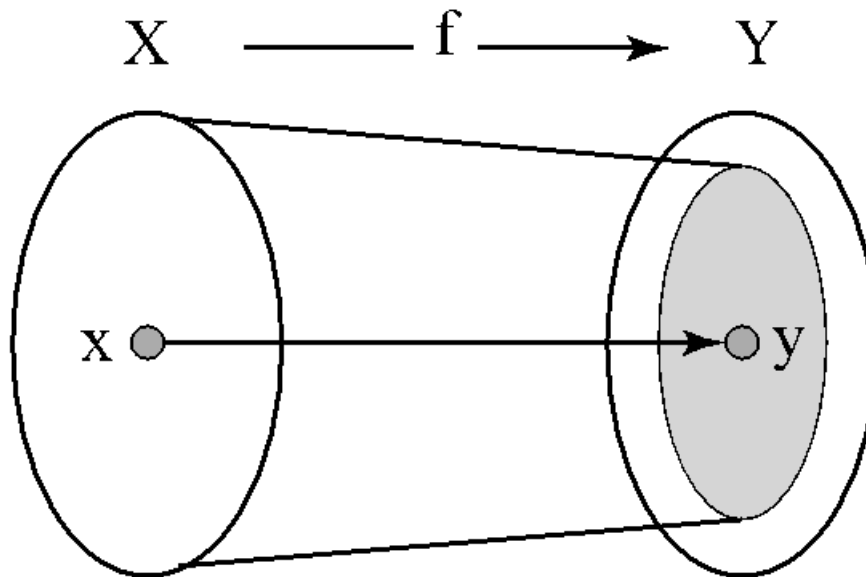
- 집합 X 에서 Y 로의 함수 $y=f(x)$ 에 대하여

x 를 독립변수(independent variable)

y 를 종속변수(dependent variable)이라 한다.

- X : 정의역 (domain)
- Y : 공변역 (codomain)
- $y = f(X)$: 치역 (range)

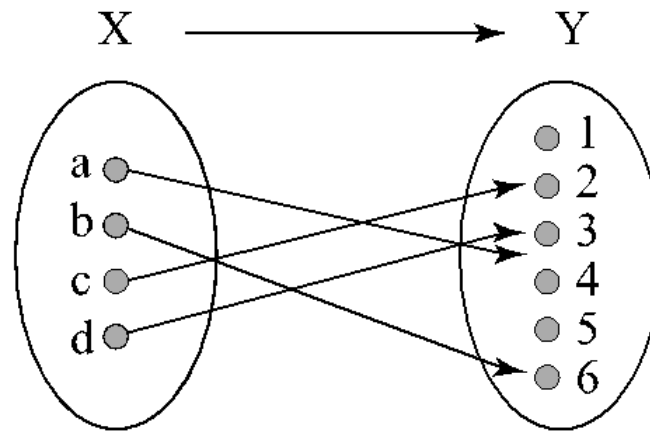
- x : 독립변수 (independent variable)
- y : 종속변수 (dependent variable)



예제 1-3

아래 그림의 대응관계는 함수인가?

만일 이 대응관계가 함수이면, 정의역, 공변역, 치역을 구하여라.



solution

1대1 대응 $\rightarrow$ 함수이다.

정의역 $X = \{a, b, c, d\}$

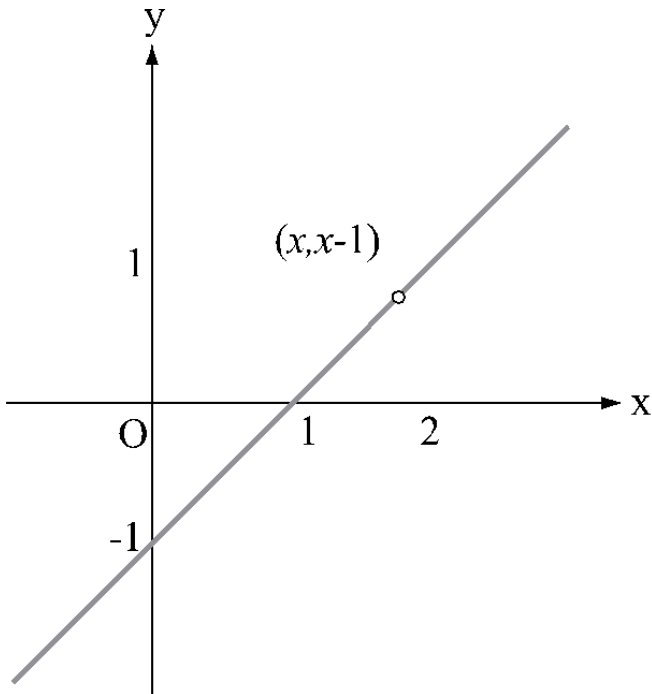
공변역 $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

치역 $f(X) = \{2, 3, 4, 6\}$

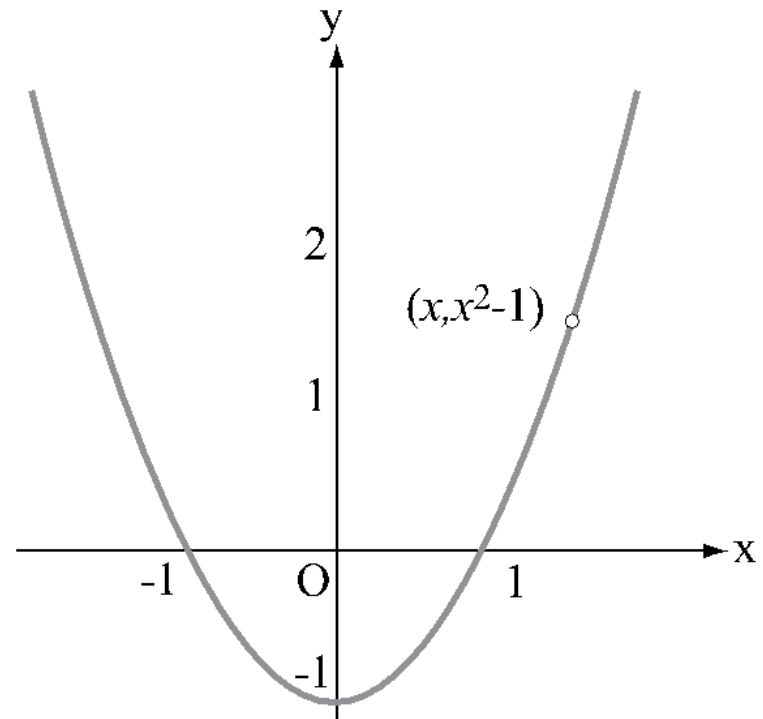
예제 1-4 실수에서 정의되는 다음 함수의 그래프를 그려라.

[1] $y = x - 1$ [2] $y = x^2 - 1$

solution

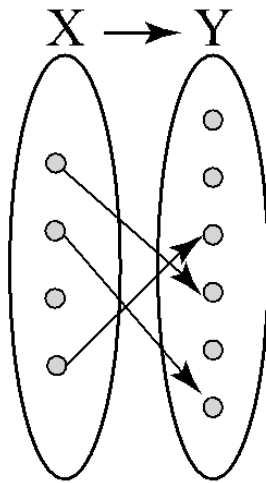


$y=x-1$ 의 그래프

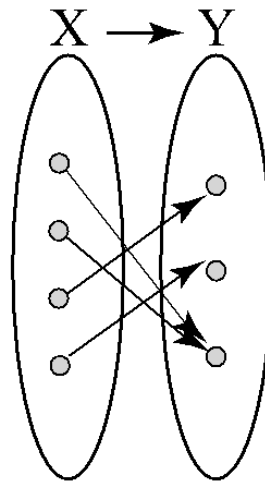


$y=x^2-1$ 의 그래프

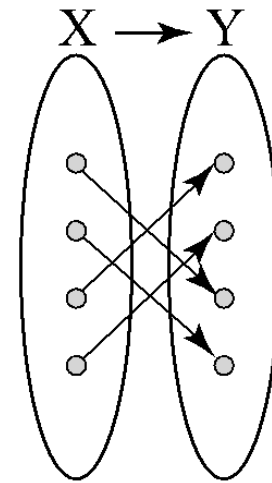
- **단사함수(injective function) 또는 일대일 함수(one-to-one function) :**
 함수 $f : X \rightarrow Y$ 에서 $x_1 \neq x_2$ 이면 $f(x_1) \neq f(x_2)$ 인 함수
 즉, 서로 다른 x 에 대하여 y 값이 서로 다를 때
- **전사함수(surjective function) 또는 위로의 함수(onto function) :**
 공변역과 치역이 일치하는 경우
- **전단사함수(bijective function) 또는 일대일 대응함수(one-to-one correspondence function) :** 전사함수 + 단사함수



단사함수



전사함수



전단사함수

예제 1-5

단사함수, 전사함수, 전단사함수 ?

[단, 집합 R 과 R^+ 는 각각 실수 전체의 집합과 음이 아닌 실수 전체의 집합]

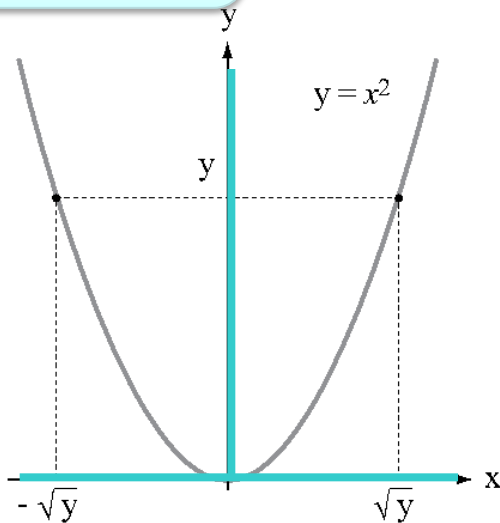
(1) $f : R \rightarrow R^+, y = f(x) = x^2$

(2) $f : R^+ \rightarrow R, y = f(x) = x^2$

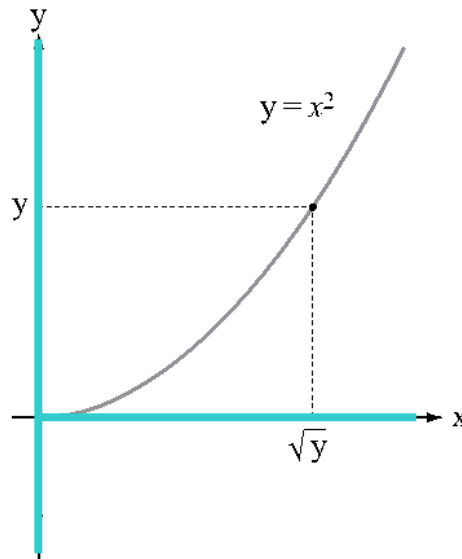
(3) $f : R^+ \rightarrow R^+, y = f(x) = x^2$

1대1대응 $\rightarrow$ x 하나에 y 하나가 대응? $\rightarrow$ 단사함수
 Y 의 범위와 y 의 범위가 같은가? $\rightarrow$ 전사함수
 전사함수이면서 단사함수인가? $\rightarrow$ 전단사함수

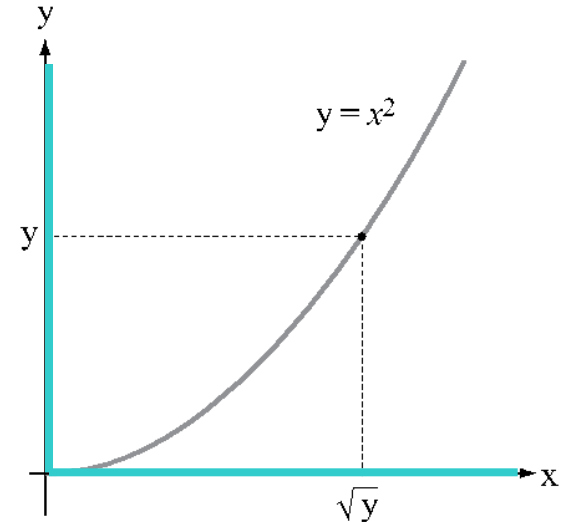
solution



$f : R \rightarrow R^+$ 인 경우
[전사함수]



$f : R^+ \rightarrow R$ 인 경우
[단사함수]



$f : R^+ \rightarrow R^+$ 인 경우
[전단사함수]

또한 $x_1 < x_2$ 일 때

[1] 증가함수(increasing function)

$$\rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

[2] 단조증가함수(monotone increasing function)

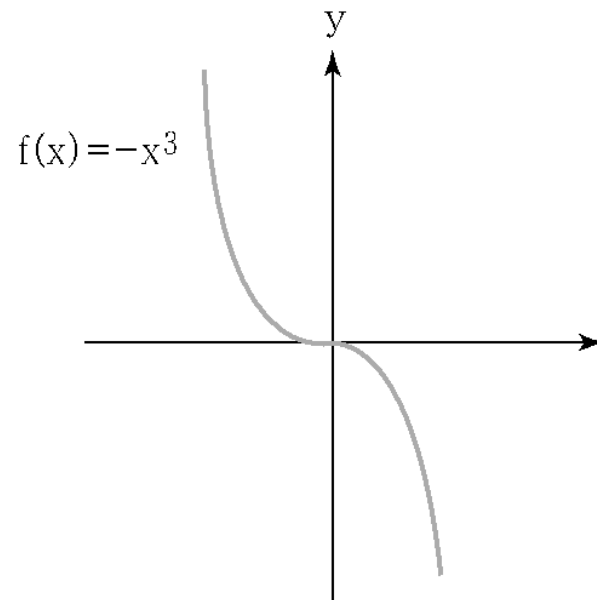
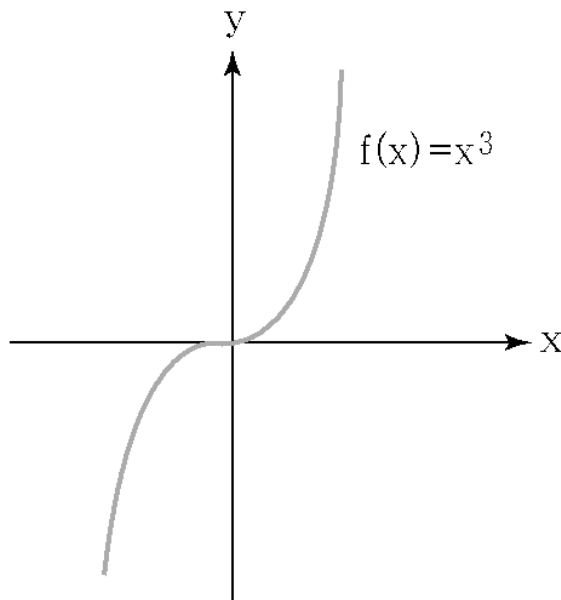
$$\rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$$

[3] 감소함수(decreasing function)

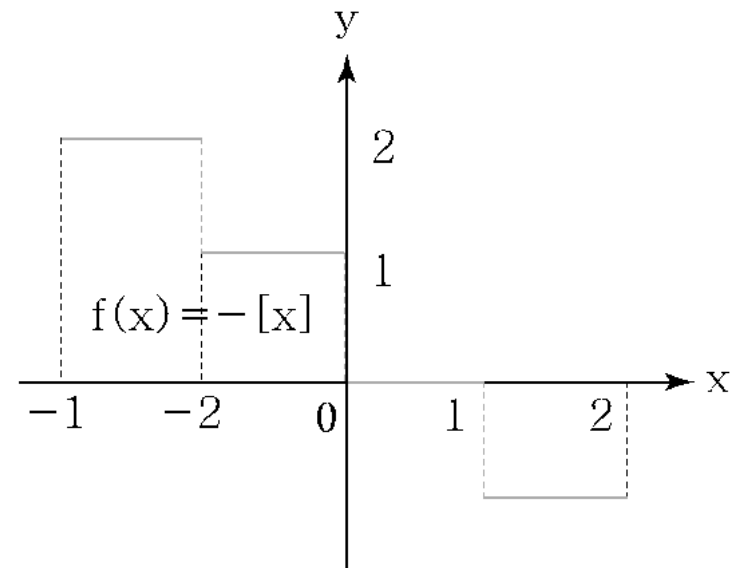
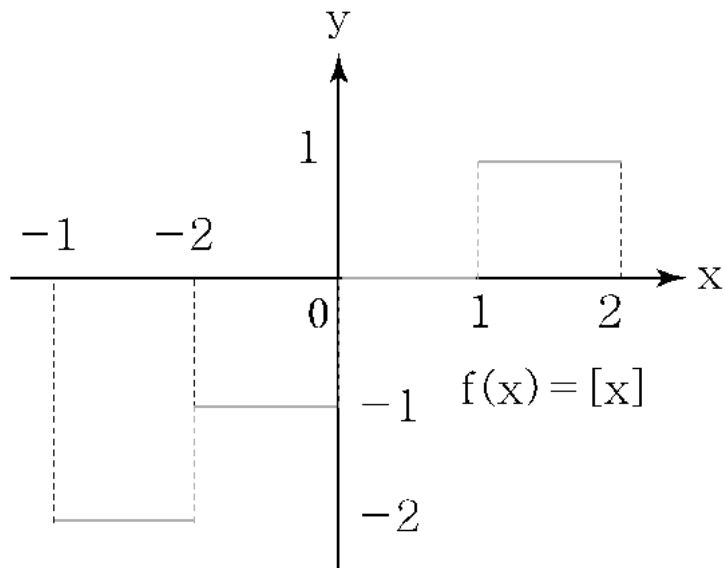
$$\rightarrow f(x_1) > f(x_2)$$

[4] 단조감소함수(monotone decreasing function)

$$\rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$$



증가함수와 감소함수



단조증가함수와 단조감소함수