

2장 응력과 변형률

2장 응력과 변형률 2-1

◆ 하중의 종류

하중의 종류는 하중의 작용방향, 작용시간, 분포상태 등에 따라 분류할 수 있다.

- 방향에 따라**
 - 인장하중
 - 압축하중
 - 전단하중
- 시간에 따라**
 - 정하중
 - 충격하중
 - 양진(=교번)
 - 반복하중
 - 편진
 - 변동하중
 - 부분편진
 - 동하중
 - 이동하중
- 분포상태에 따라**
 - 집중하중
 - 분포하중

2장 응력과 변형률 2-2

◆ 하중의 종류

표2.2 하중과 응력

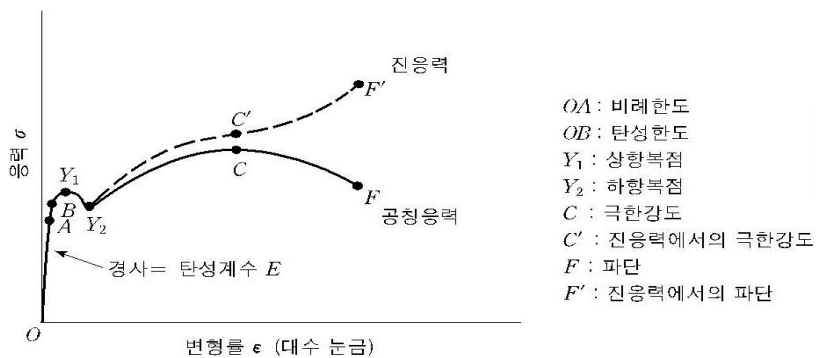
힘 또는 모멘트	발생응력	관계식	비고
축방향 하중 (인장, 압축)	인장 또는 압축응력	$\sigma = \frac{F}{A}$	A는 인장 또는 압축단면의 면적
전단하중	직접 전단응력	$\tau = \frac{F}{A_s}$	A _s 는 전단단면의 면적
비틀림 모멘트	비틀림 전단응력	$\tau = \frac{T \cdot r}{I_p} = \frac{T}{Z_p}$	$I_p = \frac{\pi(d_o^4 - d_i^4)}{32}$ (원형단면)
굽힘 모멘트	굽힘응력 (인장, 압축)	$\sigma_b = \frac{M_{by}}{I_{yy}} = \frac{M_b}{Z}$	$I_{yy} = \frac{\pi(d_o^4 - d_i^4)}{64}$ (원형단면) $I_{yy} = \frac{bh^3}{12}$ (사각단면)

주) Z는 단면계수(section modulus), Z_p는 극단면계수(polar modulus of section), I_{yy}는 단면2차모멘트(moment of inertia of area or second moment of area), I_p는 단면2차 극모멘트(polar moment of inertia of inertia of area)이다.

2장 응력과 변형률

2-3

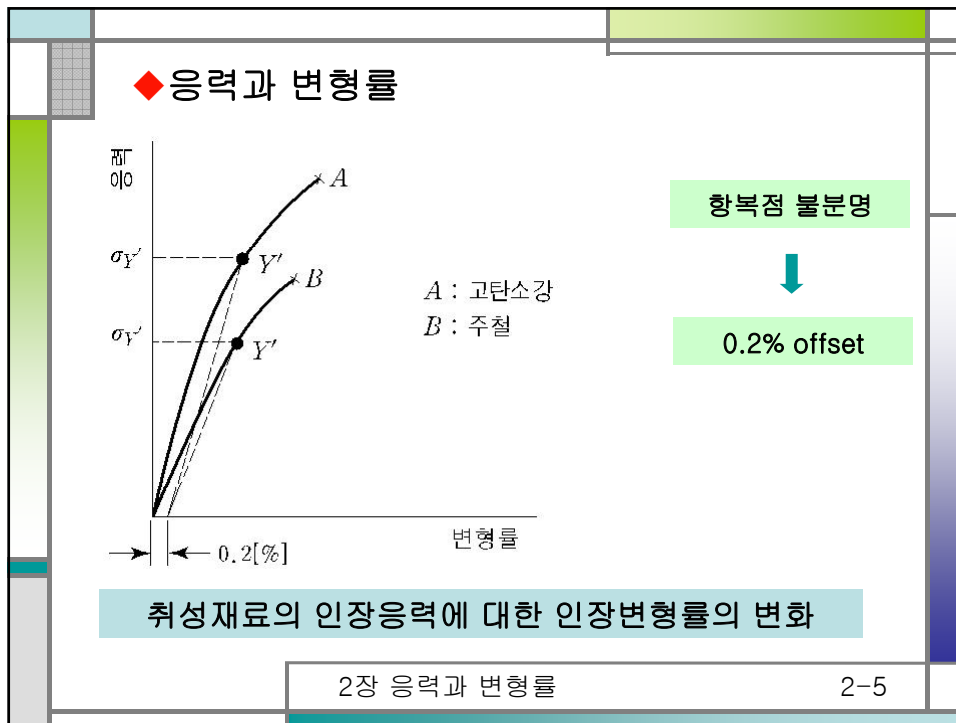
◆ 응력과 변형률



연강에서 인장응력과 인장변형률과의 관계

2장 응력과 변형률

2-4



◆ 응력과 변형률

표2.3 각종 금속의 기계적 성질

구분	재료명	밀도 [kg/m ³]	탄성계수(E) [GPa]	항복응력 [MPa]	파단응력 [MPa]	푸아송 비	연신율 [%]
철	저탄소강 (AISI 1020)	7870	207	130	260	0.29	45
	중탄소강 (AISI 1040)	7860	207	295	395	0.30	37
	고탄소강 (AISI 1080)	7850	207	350	520	0.30	30
	스테인리스강	7840	207	390	615	0.30	25
	(페라이트, STS446)	7500	200	345	552	0.30	25
	(오스테나이트, STS316)	8000	193	207	552	0.30	60
	(마르텐사이트, STS410)	7800	200	276	483	0.30	30
	회색주철	7150	-	-	125	-	-
	구상흑연주철	7120	165	275	415	0.28	18
	가단주철	7200-7450	172	220	345	0.26	10
비철	알루미늄(>99.5[%])	2710	69	17	55	0.33	25
	알루미늄합금 A2014	2800	72	97	186	0.33	18
	구리(99.95[%])	8940	110	69	220	0.35	45
	황동(70Cu-30Zn)	8530	110	75	303	0.35	68
	청동(89Cu-11Sn)	8800	110	157	380	0.35	70
	마그네슘(>99[%])	1740	45	41	165	0.29	14
	몰리브덴(>99[%])	10220	324	565	665	-	35
	니켈(>99[%])	8900	207	138	483	0.31	40
	은(>99[%])	10490	76	55	125	0.37	48
	티타늄(>99[%])	4510	107	240	330	0.34	30

주1) 1[N/mm²] = 1[MPa]1[GPa] = 1000[MPa]
 2) 등방성 재료에서는 $\nu = \frac{E}{2(1+\nu)}$ 가 성립한다.
 (E : 세로탄성계수(elasticity modular), G : 가로탄성계수(shear modular))
 3) AIS(American Iron and Steel Institute)은 미국철강협회규격을 의미하고, AISI 1020의 화학성분은 KS 규격의 SM20C의 성분과 유사하며, AISI 1040은 SM40C와 유사하다.

2장 응력과 변형률 2-6

◆ 응력과 변형률

■ 공칭응력과 공칭변형률

공칭응력
최초 단면의 면적에 대한 하중의 비

$$\sigma = \frac{F}{A_0}$$

공칭변형률
여기서 A_0 는 최초 단면의 면적
최초 길이에 대한 늘어난 길이의 비

$$\epsilon = \frac{L_f - L_0}{L_0} = \frac{\Delta L}{L_0}$$

여기서 L_0 은 최초 길이
 L_f 는 변형 후의 길이

2장 응력과 변형률 2-7

◆ 응력과 변형률

■ 진응력과 진변형률

진응력(true stress)
변화된 단면에 대한 하중의 비

$$\sigma_T = \frac{F}{A_f} = \frac{F}{A_0/(1+\epsilon)} = \sigma(1+\epsilon) = \sigma R$$

진 변형률(true strain)
변화된 길이에 대해 늘어난 길이의 비

$$\epsilon_T = \int_{L_0}^{L_f} \frac{dL}{L} = \ln \frac{L_f}{L_0} = \ln \frac{L_0(1+\epsilon)}{L_0} = \ln(R)$$

2장 응력과 변형률 2-8

◆ 응력의 합성

■ 평면응력

기존 단면(x,y좌표로 표시)에 대하여 반시계 방향으로 각도 θ 만큼 회전한 단면 (x',y' 좌표로 표시)에서의 응력상태를 나타내는 식은 다음과 같다.

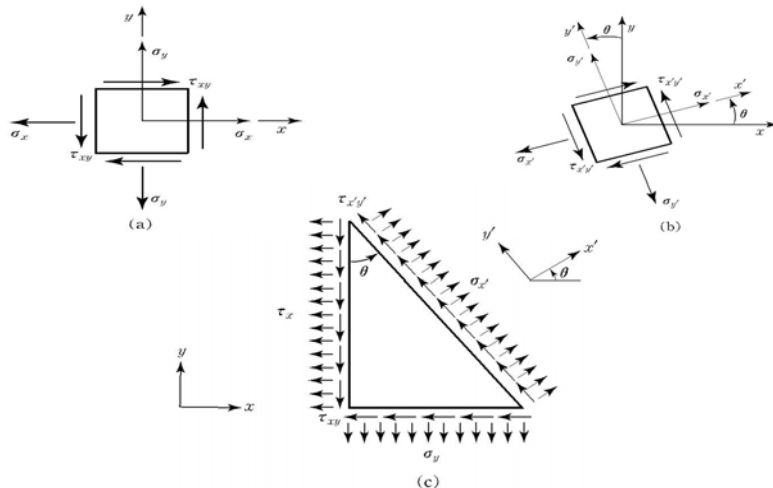
$$\sigma_{x'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta$$

$$\sigma_{y'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta - \tau_{xy} \sin 2\theta$$

$$\tau_{x'y'} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta$$

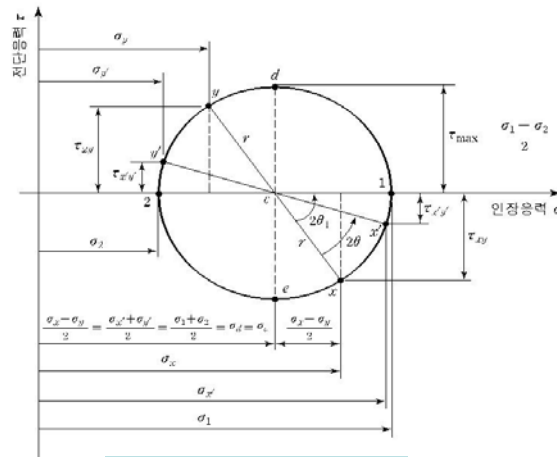
여기서 $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ 는 xy 평면에서 미소요소의 응력

◆ 응력의 합성



평면응력을 받는 단면

◆ 응력의 합성



모어 원(Mohr circle)

2장 응력과 변형률

2-11

◆ 응력의 합성

■ 모어 원으로 나타낸 식

$$\left(\sigma'_{x'} - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau'^2_{xy} = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2$$

$$\left(\sigma'_{y'} - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau'^2_{xy} = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2$$

■ 주응력(principal stress)

$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

이때의 실제면의 회전각

$$\phi = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

2장 응력과 변형률

2-12

◆ 응력의 합성

■ 최대전단응력 (maximum shear stress)

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

■ 최대인장응력 σ_{\max} , 최대전단응력 τ_{\max}

$$\sigma_{\max} = \frac{\sigma_b}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_b}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

$$\tau_{\max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_b}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

2장 응력과 변형률

2-13

◆ 상당 모멘트

■ 원형단면에 순수 굽힘모멘트만 작용하는 경우

$$\sigma_b = \frac{32M}{\pi d^3} \quad (\text{원형 단면으로서 } I_{yy} = \frac{\pi}{64} d^4 \text{인 경우})$$

■ 원형단면에 순수 비틀림모멘트만 작용하는 경우

$$\tau_{\theta z} = \frac{16T}{\pi d^3} \quad (\text{원형 단면으로서 } I_p = \frac{\pi}{32} d^4 \text{인 경우})$$

2장 응력과 변형률

2-14

◆ 상당 모멘트

● 굽힘모멘트와 비틀림모멘트가 동시에 작용하는 경우

▪ 최대 굽힘응력
$$\sigma_{\max} = \frac{\sigma_b}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_b}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

▪ 굽힘모멘트만 작용하는 식의 형태
$$\sigma_{\max} = \frac{32}{\pi d^3} \left\{ \frac{1}{2} (M + \sqrt{M^2 + T^2}) \right\} = \frac{32M_b}{\pi d^3}$$

▪ 상당 굽힘 모멘트
$$M_b = \frac{1}{2} (M + \sqrt{M^2 + T^2})$$

2장 응력과 변형률 2-15

◆ 상당 모멘트

● 굽힘모멘트와 비틀림모멘트가 동시에 작용하는 경우

▪ 최대 전단응력
$$\tau_{\max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_b}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

▪ 비틀림모멘트만 작용하는 식의 형태
$$\tau_{\max} = \frac{16}{\pi d^3} (\sqrt{M^2 + T^2}) = \frac{16T_b}{\pi d^3}$$

▪ 상당 비틀림 모멘트
$$T_b = \sqrt{M^2 + T^2}$$

2장 응력과 변형률 2-16

◆ 응력집중

- 국부적으로 특별히 큰 응력이 발생하는 현상
- 단면이 크게 변하는 부분

예) 축의 키홈, 구멍, 단이 진 부분

2장 응력과 변형률 2-17

◆ 응력집중

- 응력집중계수(stress concentration factor) ; α
- 단면부의 평균응력에 대한 최대응력의 비

$$\alpha = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_n}$$

σ_{\max} : 최대응력

σ_n : 평균응력

2장 응력과 변형률 2-18

◆ 응력집중

■ 판에서의 응력집중

무한 평판에 타원구멍이 있는 경우의 응력집중계수

$$\alpha = 1 + 2\frac{a}{b} = 1 + 2\sqrt{\frac{a}{\rho}} \quad (\because \rho = \frac{b^2}{a})$$

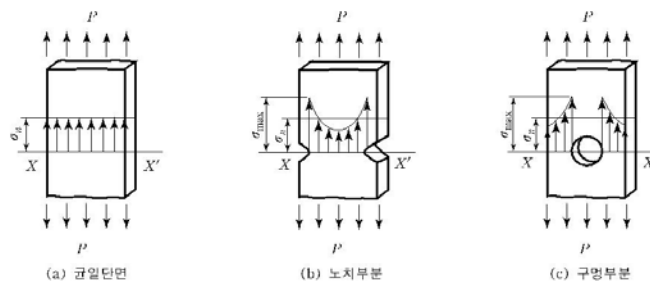
여기서 a 는 타원에서 장반경

b 는 타원에서 단반경

ρ 는 노치부분에서 곡률반경이다.

◆ 응력집중

■ 판에서의 응력집중



평판의 응력집중

◆ 응력집중

■ 판에서의 응력집중

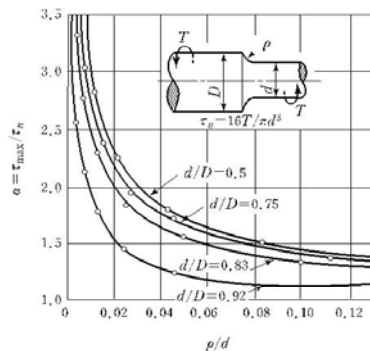
반무한 평판에 V자 노치가 있는 경우의 응력 집중계수

$$a = 1 + 2 \frac{a}{r}$$

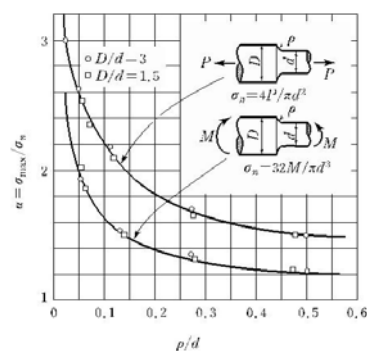
여기서 a 는 파여진 길이, r 은 홈끝의 반경이다.

◆ 응력집중

■ 봉에서의 응력집중



(a) 비틀림 모멘트 작용



(b) 인장하중, 휨모멘트 작용

단이진 원형봉의 응력집중

◆ 응력집중

■ 응력집중 경감대책

- 필렛 반지름 크게
- 제1, 제3의 단면변화형상 설치
- 보강재 결합
- 열처리

2장 응력과 변형률 2-23

◆ 응력집중

(a) 급격한 힘의 흐름변화(봉)
 (b) 힘의 흐름변화 둔화(봉)
 (c) 힘의 흐름변화가 줄어듦(봉)

(d) 힘의 흐름변화 적음(평판)
 (e) 힘의 흐름변화 적음(평판)

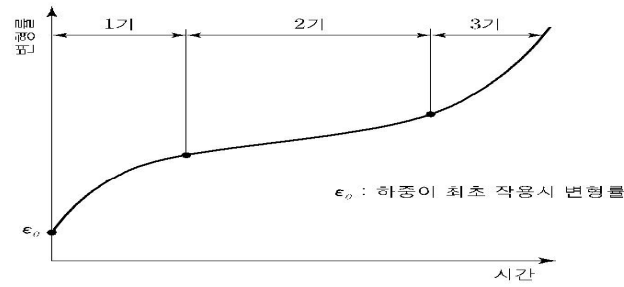
응력집중 완화를 위한 형상의 변형

2장 응력과 변형률 2-24

◆ 크리프 (creep)

고온, 일정하중 아래서 장시간 방치하면 변형률이 시간에 따라 증가

예: Jet Engine, Gas Turbine, Rocket, 고압발전 Boiler

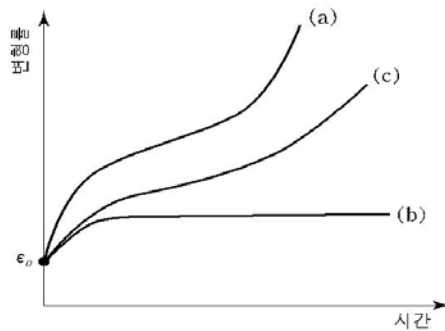


크리프 곡선 (고온 고하중의 경우)

2장 응력과 변형률

2-25

◆ 크리프 (creep)



- (a) 온도가 높고, 하중이 큰 경우
 - (b) 온도가 낮고, 하중이 작은 경우
 - (c) (a)와 (b)의 중간
- ϵ_0 : 하중이 최초 작용시 변형률

온도, 하중의 변화에 따른 크리프 곡선

2장 응력과 변형률

2-26

◆ 재료의 파손이론

■ 최대 주응력설

인장응력이나 압축응력에 의하여 재료가 파손된다는 이론

• 3차원인 경우 최대 주응력

$$\sigma_{\max} = \max(|\sigma_1|, |\sigma_2|, |\sigma_3|)$$

• $\sigma_3 = 0$ 인 2차원의 경우

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

2장 응력과 변형률

2-27

◆ 재료의 파손이론

■ 최대 전단응력설

전단응력에 의하여 재료가 파손된다는 이론

• 3차원인 경우 최대 전단응력

$$\tau_{\max} = \max\left(\left|\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\right|, \left|\frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}\right|, \left|\frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2}\right|\right)$$

• $\sigma_3 = 0$ 인 2차원 평면응력의 경우

$$\tau_{\max} = \max\left(\left|\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\right|, \left|\frac{\sigma_2}{2}\right|, \left|\frac{\sigma_1}{2}\right|\right)$$

2장 응력과 변형률

2-28

◆ 재료의 파손이론

- 최대 전단응력설
 - 2차원 응력이 동시에 작용하는 경우

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

만약 $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ 인 1차원 응력의 경우 $\tau_{\max} = \sigma_1/2$ 이 된다.

2장 응력과 변형률 2-29

◆ 재료의 파손이론

- 전단변형에너지설 → von Mises condition

변형에너지 = 전단변형에너지 + 체적변형에너지

파손 — 전단변형에너지=인장시의 항복점에서의 변형에너지

→ 항복

2장 응력과 변형률 2-30

◆ 재료의 파손이론

- 총변형에너지 $U = \frac{1}{2} \sigma_1 \epsilon_1 + \frac{1}{2} \sigma_2 \epsilon_2 + \frac{1}{2} \sigma_3 \epsilon_3$
- 응력과 변형률과의 관계 $\epsilon_1 = \frac{1}{E} [(\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3))]$
 $\epsilon_2 = \frac{1}{E} [(\sigma_2 - \nu(\sigma_3 + \sigma_1))]$
 $\epsilon_3 = \frac{1}{E} [(\sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2))]$
- 총변형에너지 $U = \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)]$

2장 응력과 변형률 2-31

◆ 재료의 파손이론

- 체적변형률 Δ
 $\Delta = (1 + \epsilon_1)(1 + \epsilon_2)(1 + \epsilon_3) - 1 \approx \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3$
- 체적변형에너지 (U_v)
 $U_v = \frac{1}{2} p \Delta = \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \right) \times (\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3)$
 $= \frac{1}{6E} \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \right) \times \{ \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) \}$
 단, p : 평균응력

2장 응력과 변형률 2-32

◆ 재료의 파손이론

- 전단변형에너지 (U_s) = 총변형에너지 - 체적변형에너지

$$U_s = \frac{1+\nu}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]$$

여기서 ν 는 포와슨 계수
 E 는 세로탄성계수

2장 응력과 변형률

2-33

◆ 재료의 파손이론

- 전단변형에너지 (U_s)

단순인장을 받는 경우 ($\sigma_1 = \sigma_{VM}$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$)

$$U_s = \frac{1+\nu}{6E} [(\sigma_{VM} - 0)^2 + (0 - 0)^2 + (0 - \sigma_{VM})^2]$$

단, σ_{VM} 는 인장시 항복응력

2장 응력과 변형률

2-34

◆ 재료의 파손이론

▪ σ_{VM} 는 인장시 항복응력

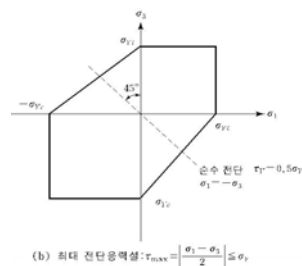
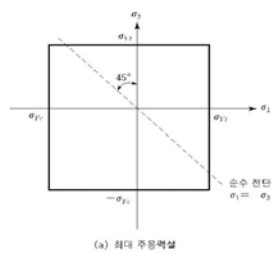
$$\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_2 - \sigma_1)^2 + (\sigma_3 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2]}$$

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}{2}}$$

단, $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, 는 주응력

◆ 재료의 파손이론

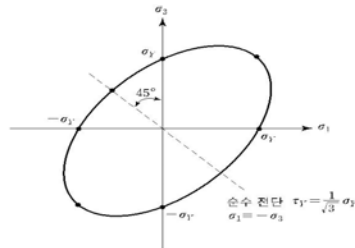
▪ 파손이론의 비교



2차원 평면에서 파손이론($\sigma_2 = 0$ 의 경우)

◆ 재료의 파손이론

■ 파손이론의 비교

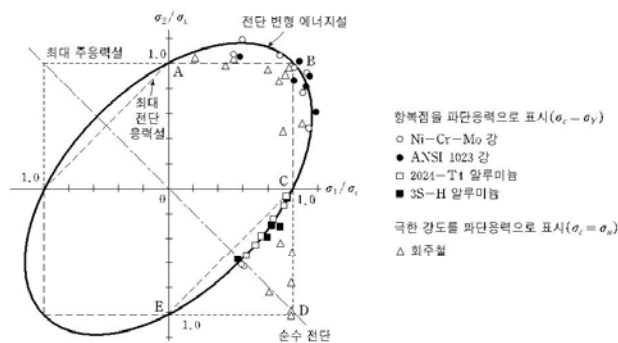


(c) 전단 변형 에너지설: $\sigma_p = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_3 + \sigma_3^2}$

2차원 평면에서 파손이론($\sigma_3 = 0$ 의 경우)

◆ 재료의 파손이론

■ 파손이론의 비교



파손이론과 실험결과($\sigma_3 = 0$ 의 경우)

◆ 안전계수(safety factor)

■ 기준 강도

표2.5 기준강도와 설계응력

하중조건		파괴형태		기준강도	적용 예
재료변화	정하중 상온	항복	항복점		연성재료(연강)
		파단	극한강도		취성재료(주철)
온도변화	정하중 고온	크리프 변형	크리프 한도		터빈 스피들 및 날개차
	정하중 저온	저온취성	저온취성강도		LPG저장탱크
시간변화	반복하중	피로파괴	피로강도(노치, 치수, 표면상태, 온도 등의 효과를 고려)		철도차량 바퀴
	충격하중	충격파괴	충격강도		
하중방향	축방향하중	좌굴	좌굴강도		단면에 비해 길이가 긴 기둥

2장 응력과 변형률 2-39

◆ 안전계수(safety factor)

■ 허용응력(σ_a : allowable stress)

부품설계시 사용하는 응력의 최대 허용치

■ 안전계수 또는 안전률 (S)

허용응력에 대한 기준강도

$$S = \frac{\sigma_s}{\sigma_a}$$

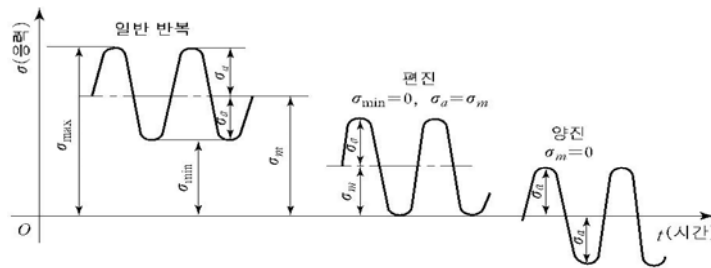
여기서 S 는 안전계수(또는 안전율)
 σ_s 는 기준강도
 σ_a 는 허용응력

2장 응력과 변형률 2-40

◆ 피로파손(fatigue failure)

정의

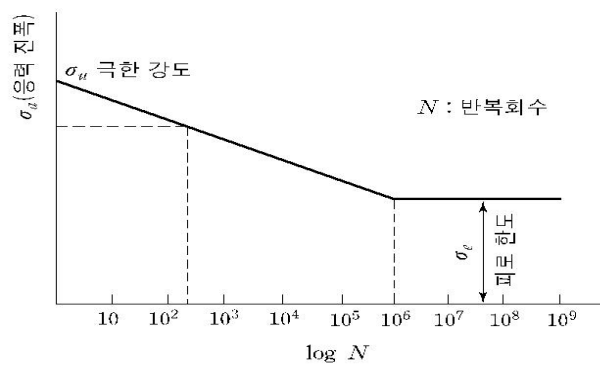
반복 동하중 작용하에서 인장강도 혹은 항복응력보다 낮은 응력에서 재료가 갑자기 파괴되는 현상



반복응력의 종류

◆ 피로파손(fatigue failure)

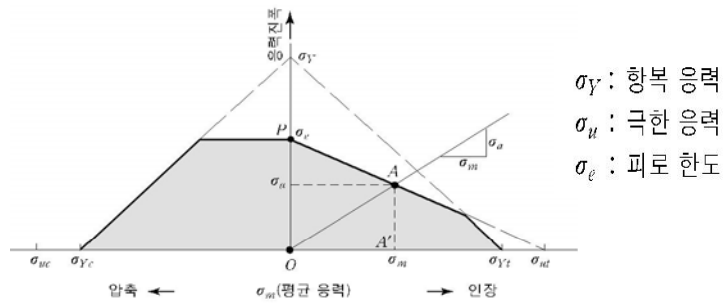
■ 피로한도 곡선(S-N 곡선)



강이 양진응력을 받는 경우

◆ 피로파손(fatigue failure)

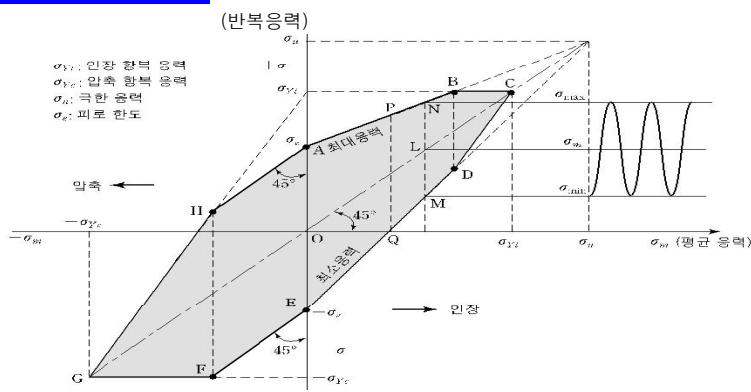
■ 피로한도 선도



헤이그 선도

◆ 피로파손(fatigue failure)

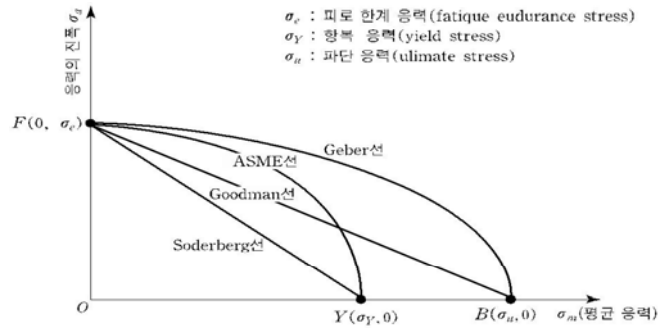
■ 피로한도 선도



스미스 선도

◆ 피로파손(fatigue failure)

▪ 피로한도 선도



여러 가지 내구선도의 비교

2장 응력과 변형률

2-45

◆ 피로파손(fatigue failure)

▪ 조더버그선(Soderberg line)

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_e} + \frac{\sigma_m}{\sigma_Y} = 1$$

안전계수 S 를 고려한 설계는 다음과 같다.

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_e/S} + \frac{\sigma_m}{\sigma_Y/S} < = 1$$

▪ 굿맨선(Goodman line)

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_e} + \frac{\sigma_m}{\sigma_u} = 1$$

안전계수 S 를 고려한 설계는 다음과 같다.

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_e/S} + \frac{\sigma_m}{\sigma_u/S} < = 1$$

2장 응력과 변형률

2-46

◆ 피로파손(fatigue failure)

▪ 거버선(Gerber's line) $\sigma_a = \sigma_e \left\{ 1 - \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_u} \right)^2 \right\}$
 안전계수 S를 고려한 설계는 다음과 같다.

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_e/S} + \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_u/S} \right)^2 < = 1$$

▪ 미국기계학회 표준선도(ASME)

$$\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_e} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_y} \right)^2 = 1$$

 안전계수 S를 고려한 설계는 다음과 같다.

$$\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_e/S} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_y/S} \right)^2 < = 1$$

2장 응력과 변형률 2-47

◆ 피로파손(fatigue failure)

▪ 실제 부품의 피로한도

노치효과
 반복하중인 경우 노치부분에 금(crack)이 발생하여
 피로한도가 작아지는 현상

노치계수(β_k) $\beta_k = \frac{\sigma_{e0}}{\sigma_{ek}}$
 여기서 σ_{e0} 는 노치가 없는 시편의 피로한도
 σ_{ek} 는 노치가 있는 시편의 피로한도
 윗식을 다시 쓰면 노치가 있는 경우 피로한도는 다음과 같이 나타난다.

$$\sigma_{ek} = \frac{\sigma_{e0}}{\beta_k}$$

2장 응력과 변형률 2-48

◆ 피로파손(fatigue failure)

■ 실제 부품의 피로한도

치수효과
 치수가 다르고 형상이 같은 여러 물체의 경우
 가장 큰 치수의 물체가 더 적은 피로한도 값을 갖는 현상

표면효과
 표면조도, 부식, 표면경화 등에 의한
 피로한도의 변화 현상

2장 응력과 변형률 2-49

◆ 피로파손(fatigue failure)

■ 실제 부품의 피로한도

압입효과
 부품을 조립하는 과정에서 발생하는 압입과 열박음으로
 응력이 발생하여 피로한도가 저하되는 현상

$$\sigma_{sk} = \frac{k_1 k_2}{\beta_k} \sigma_{s0}$$

여기서 β_k 는 노치계수
 k_1 는 치수 효과에 의한 피로한도 저하율
 k_2 는 다듬질 효과에 의한 피로한도 저하율
 σ_{s0} 는 원래 피로한도(양진의 경우)
 σ_{sk} 는 수정된 피로한도(양진의 경우)

2장 응력과 변형률 2-50

◆ 피로파손(fatigue failure)

■ 수정된 피로한도로 보정된 조더버그 내구선도

