

# Multi-Task Principal Agent Problem

- 앞에서 “incentives” 에 대해서 가장 단순한 예인 “piece rate” 보상제도를 시작하였음. 이 제도는 “high powered” 유인제도이나 현실에서 발견하기는 매우 힘들.
- 그 이유로는 대부분의 직무가 매우 복잡하여 그 성과를 측정하기가 힘들.
- 다른 이유는 암묵적인 해고의 위협 혹은 승진이라는 유인제도가 존재하기 때문임.
- 마지막 이유 → 측정은 가능하나 주인의 입장에서 대리인이 multidimensional 하기를 원하며 모든 dimensions 이 측정 불가능 하기 때문임.

- 주인의 입장에서 관측되는 부분과 관측되지 못하는 부분 모두에 관심이 있는 경우라고 가정하자.
- 근로자의 노력 혹은 직무 가운데 발견되는 측면에만 보상체계를 부여하고 관측되지 않는 부분에는 유인제도를 작동하지 않는다면 결과는?
- 근로자는 당연히 관측되는 업무에만 노력을 경주할 것이며 이는 고용주가 바라는 효율적인 결과가 아님.

## 간단한 예들

- 1980년대 미식축구 쿼터백 선수인 Ken O'Brien 는 너무 많은 interceptions 을 당하는 문제에 직면하고 있었음.
- 그에 대한 계약에서 모든 interceptions 에 대해 금전적으로 벌칙을 정하는 규정을 구단주가 넣고자 했음.
- 결과는 그 선수가 볼을 던지지 않았음.

- 미국 통신회사 AT&T 회사에서 한때 모든 프로그래머 직원들에게 그들이 작성한 프로그램 line 수에 따라 임금을 지급하였음.
- 그 결과로 프로그래머들은 프로그램의 길이를 늘리는 비효율적인 결과를 초래하였음.
- 미국의 자동차 수리회사 Sears Auto 에서는 기능공에게 그들이 수리하는 금액에 비례한 incentive 제도를 시행하였음.
- 결과는 수리하지 않아도 되는 자동차에 대해 과도한 수리를 청구함 → 캘리포니아 주 정부가 Sears 를 폐쇄하려고 했음.

## 1. 간단한 모델: 고등학교 선생님

- 대리인 선생님은 두 가지 행위(activities) → 강의(T) 와 학생면담 (R)
- 강의와 면담가운데 주인인 교장이 관찰 할 수 있는 것은 강의만 됨.
- 대리인에게 하루 10시간 가용시간이 존재함 →  $10 = R + T$
- 대리인의 효용함수 →  $U = Y - V(T) - V(R)$  with  $V' > 0$  and  $V'' > 0$
- 여기서 Y 는 선생의 소득이며 V(T) 와 V(R) 은 강의와 면담으로 인한 노력의 비용함수임.

## 대리인의 무차별 곡선 구하기

$$- \bar{U} = Y - T^2 - R^2 \quad \rightarrow \quad Y = \bar{U} + T^2 + R^2$$

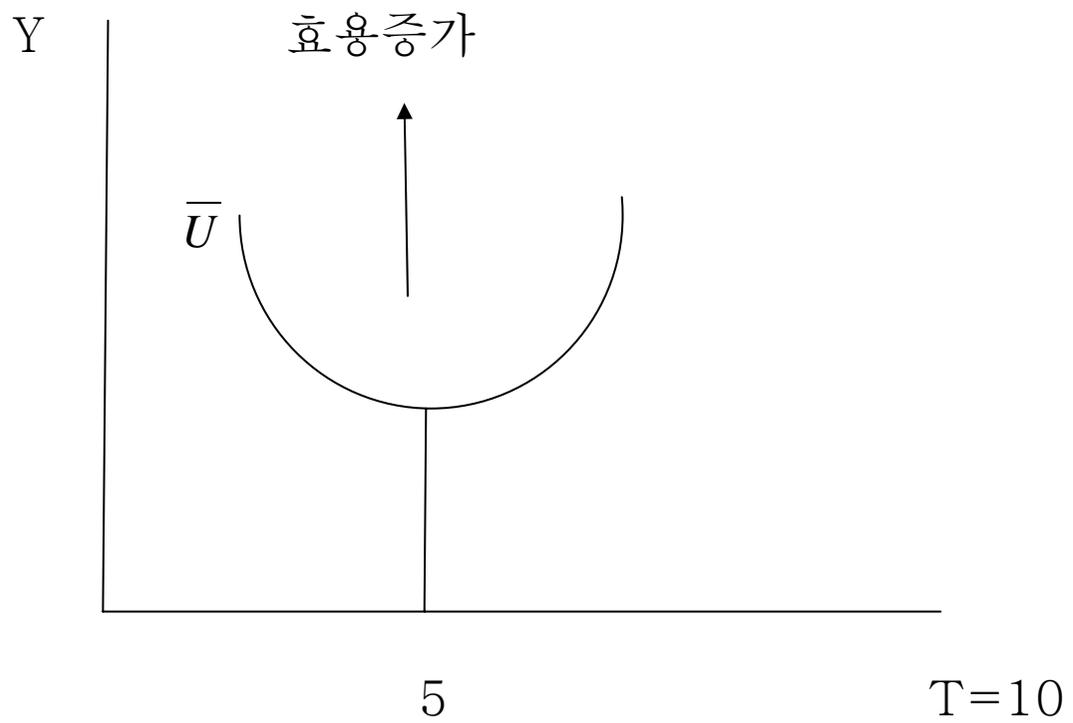
$$- Y = \bar{U} + T^2 + (10 - T)^2$$

-  $T = R = 5$  인 경우에 이 무차별 곡선은 최저값을 보여준다.

$$- \partial Y / \partial T = 2T + 2(10 - T) = 0$$

$$- \partial Y / \partial T = 4T - 20 = 0$$

$$- T^* = 5$$

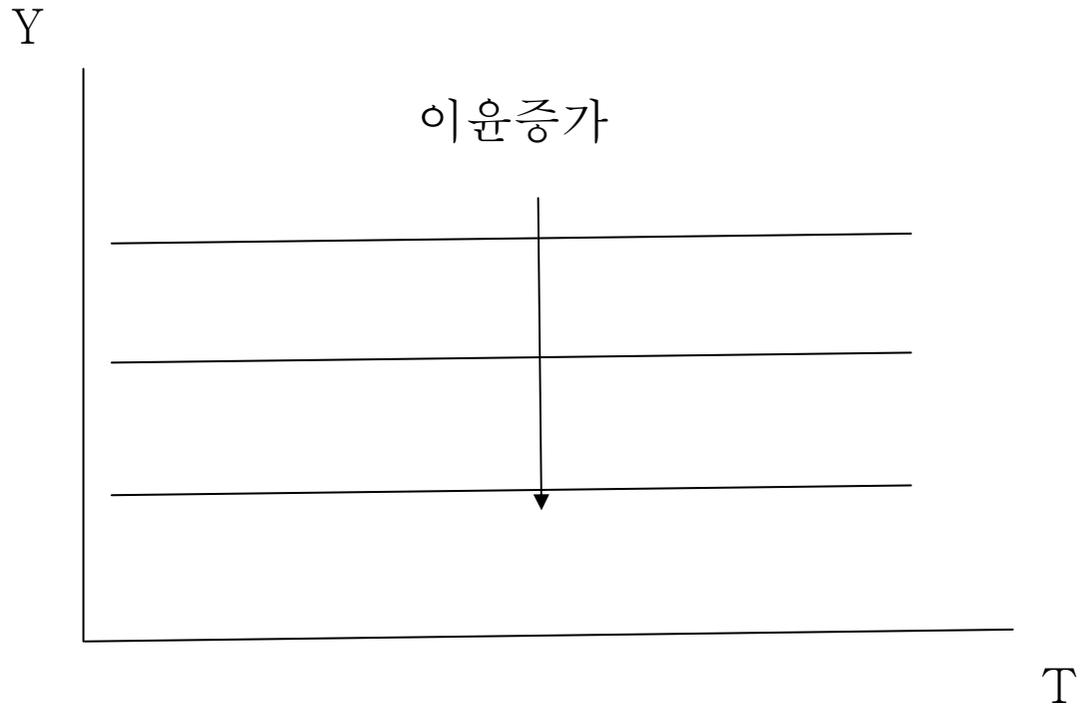


## 주인의 등이윤 곡선 구하기

- Suppose  $Q = T + R$

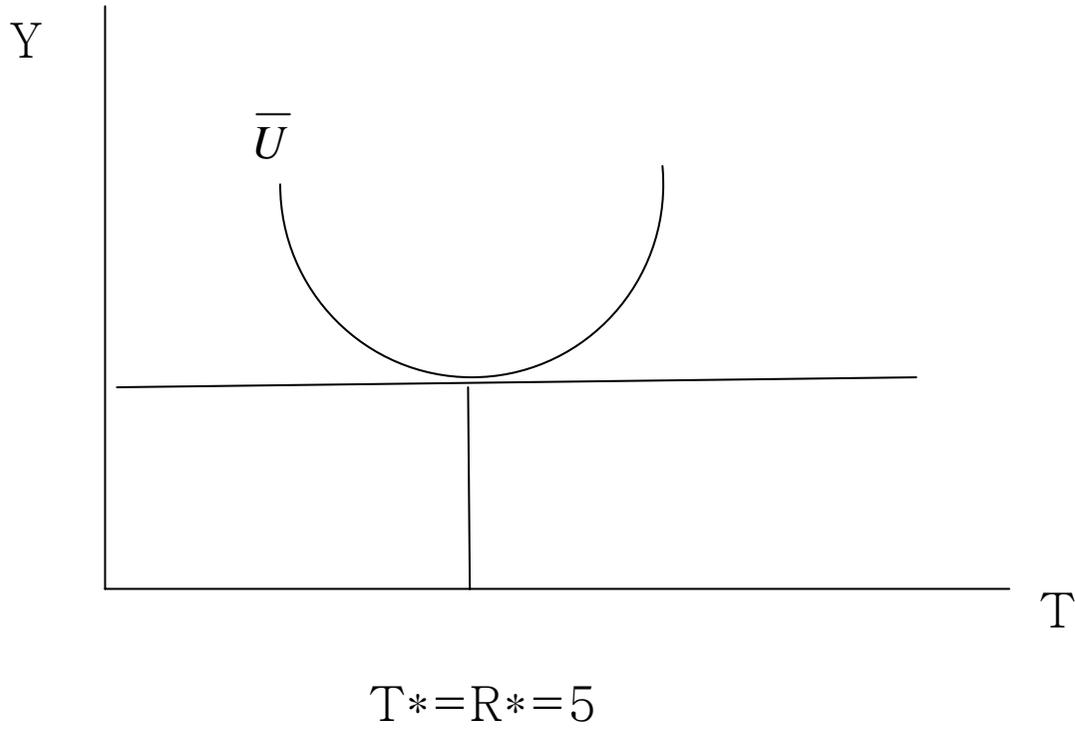
-  $\Pi = T + R - Y = T + (10 - T) - Y = 10 - Y$

- 주인의 등이윤곡선은 전체 생산수준에만 관련이 있다.



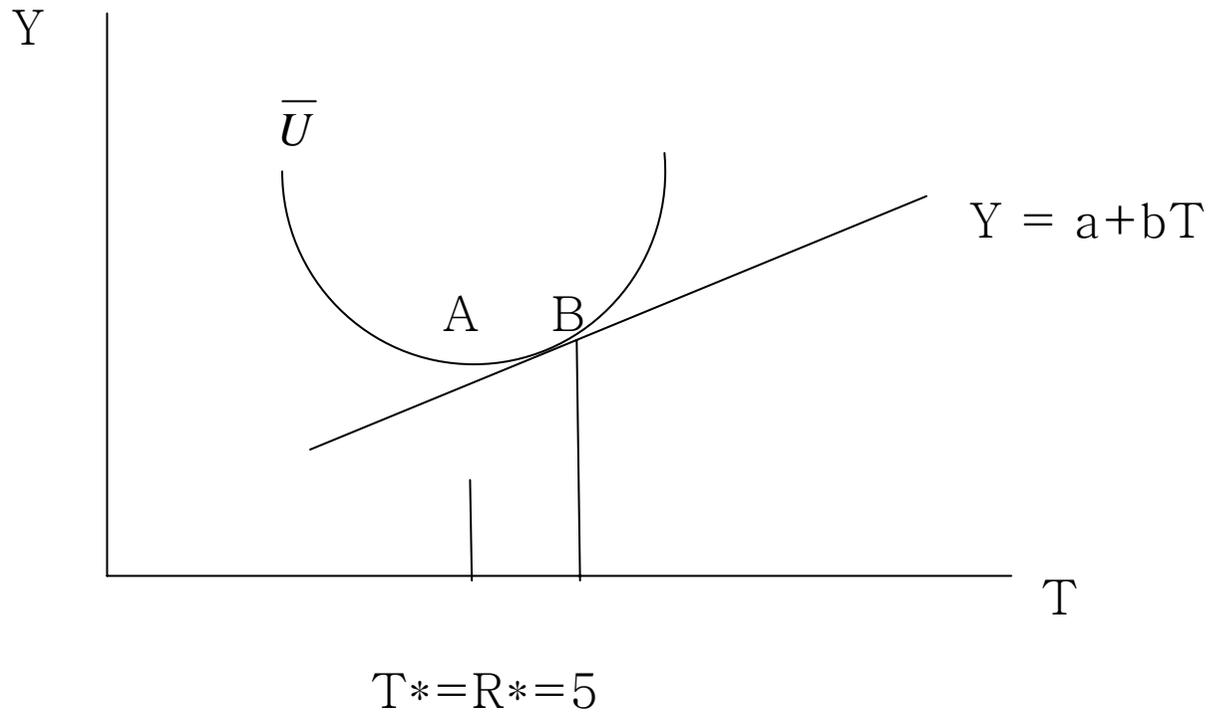
Note: 이윤은 강의와는 독립적임.

효율적인 자원배분점 구하기



- Efficient allocation → maximize profits subject to a fixed utility constraint ( or the other way around)
- 대리인으로 하여금 효율적인 자원배분을 유도하기 위해서는 주인은 대리인에게 수평적 등이윤곡선과 일치하는 보상체계를 이용해야 한다.
- 즉, 대리인의 보상은 그의 강의성과와는 상관없는 일정한 보수에 직면해야 된  
됨 → there should be *no incentives* at all.

관측되는 강의에만 incentive 부여하는 경우



- 강의량에 'b' 만큼 incentive 를 부여하는 보상체계  $Y = a + bT$  에서 대리인은 효율적인 수준 보다 더 많은 양의 강의를 할 것임.
- 이는 학생면담(R) 시간을 희생해야만 함.
- 최종적으로 결정된 자원배분점은 효율적이지 않음  $\rightarrow$  b 점에서 a 점으로 이동하는 경우 대리인의 효용은 동일하지만 주인의 이윤은 증가함.

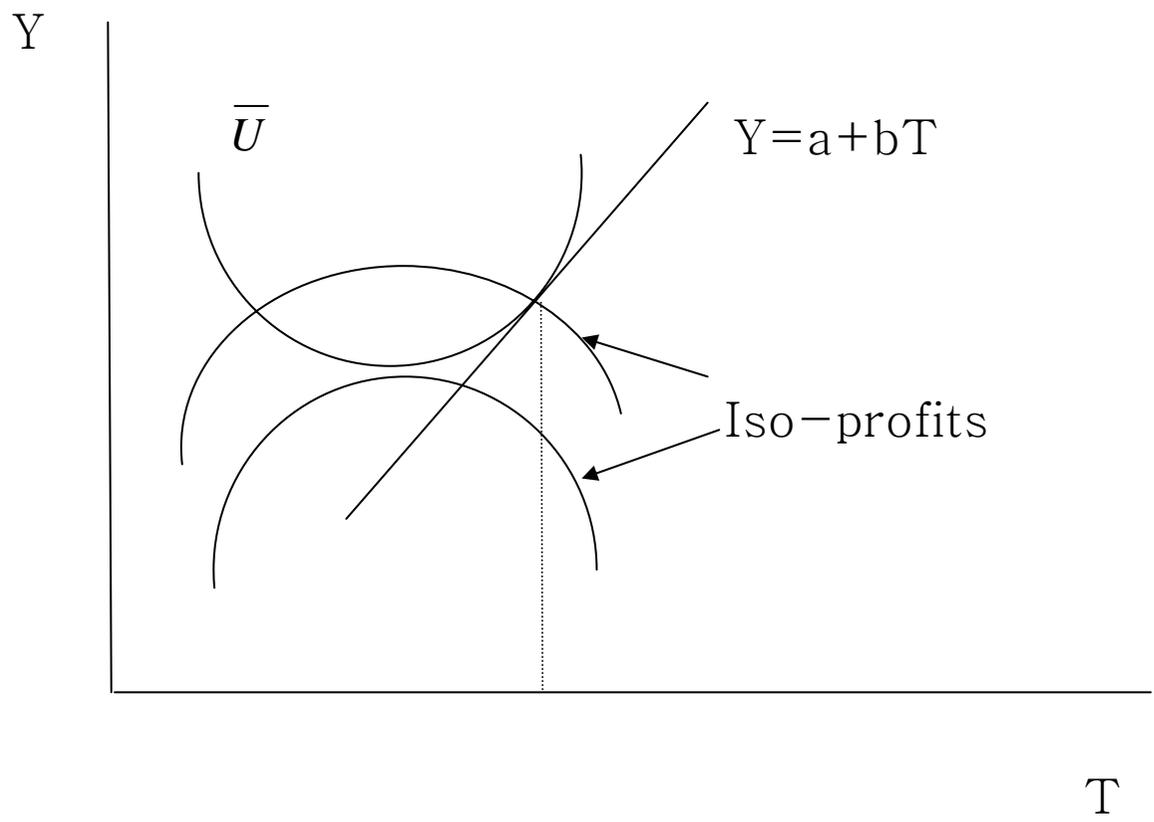
Extensions:

1. Complementarity of activities  $\rightarrow$  주인입장에서

Suppose  $\Pi = T \cdot R - Y$

여기서 생산함수  $Q = F(T, R) = T \cdot R$

$\partial^2 F / \partial R \partial T > 0 \rightarrow$  강희와 면담이 서로 보완적인 경우



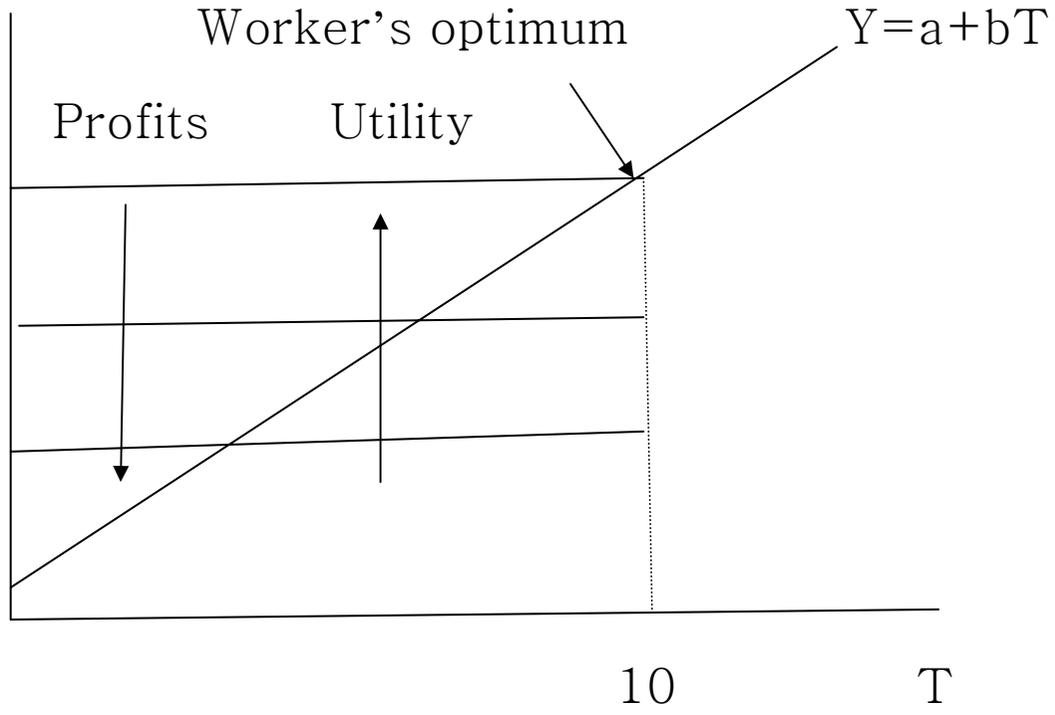
- 이 경우에 있어서 주인의 이윤손실은 더욱 커짐
- 주인의 입장에서는 두 가지 행위들이 균형 있게 조화를 이루어야만 생산이 극대화 됨. 그러나 대리인은 유인이 있는 강의에만 전념하기 때문에 낮은 면담을 가지고 낮은 생산량이 도출됨.

2. Substitutability of tasks → 대리인 입장에서

Suppose  $U = Y - V(T-R)$

즉 대리인 입장에서는 강의나 면담 선택에 무차별하다 → 동일한 비효용수준

Y



- 대리인의 무차별 곡선과 주인의 등이윤 곡선은 서로 평행하다.

- 강의에 대한 아주 작은 유인제도는 대리인으로 하여금 가용한 모든 시간을 강의에만 배분하게 함 → causes greater distortions.

## 요약

1. 대리인의 관측되는 행위 일부에만 유인제도를 부과하는 경우 아예 유인제도를 하지 않는 경우보다 상황이 더 악화될 수 있음.
2. 이 상황은 주인에게 보완적인 경우와 대리인에게 대체적인 관계에 있는 tasks 에 대해서 더욱 악화될 수 있음.