

주인-대리인 문제:1

근본적인 문제

- 주인(고용주) → 대리인(근로자)의 노력수준을 관찰할 수 없음.
- 대리인은 노력을 덜 할수록 자신의 효용이 증가함.

문제의 구조

- 주인(혹은 주인과 대리인)은 계약의 룰을 결정함.
- 대리인은 주어진 계약 하에서 자신의 효용을 극대화 하는 의사결정

문제의 해법 (Solution Method)

- 주어진 계약에서 대리인의 행동을 발견함 → 대리인의 반응함수 (reaction function) 를 도출함.
- 주어진 대리인의 반응에서 주인은 자신의 효용을 극대화 하는 optimal contract 를 도출함.
- 중요한 선택변수 → 대리인의 노력수준과 이에 대한 보상함수

Example:

- 한 명의 주인과 대리인이 존재
- 한 종류의 산출물 (Q)이 발견
- 주인은 대리인의 노력수준 (E)을 발견할 수 없음.
- $Q = E$
- 대리인의 효용함수 $\rightarrow U = Y - C(E)$, Y 는 소득이며 C(E)는 노력의 비용함수임.
- $C' > 0$ & $C'' < 0 \rightarrow$ ex: $C(E) = E^2 / 2$

- 근로자의 소득수준인 보상함수: $Y = a + b*Q$
- 여기서 임금을 결정하는 요소들인 (a, b)가 계약의 중요한 내용
- 대리인의 대체효용 (다른 직장에서 받을 수 있는 효용)을 정해주어야 함
- Ex: $U^A=0.25$
- 주어진 계약과 대체효용 수준에서 대리인과 주인의 목적함수를 풀어야 함.

주어진 계약(a, b)에서 대리인의 문제풀기

Given (a, b) $\text{Max}_{E, Q, Y} U = Y - C(E)$

subject to $Y = a + b*Q$ & $Q = E$

➔ 위의 두 제약식을 대리인의 목적함수에 넣기

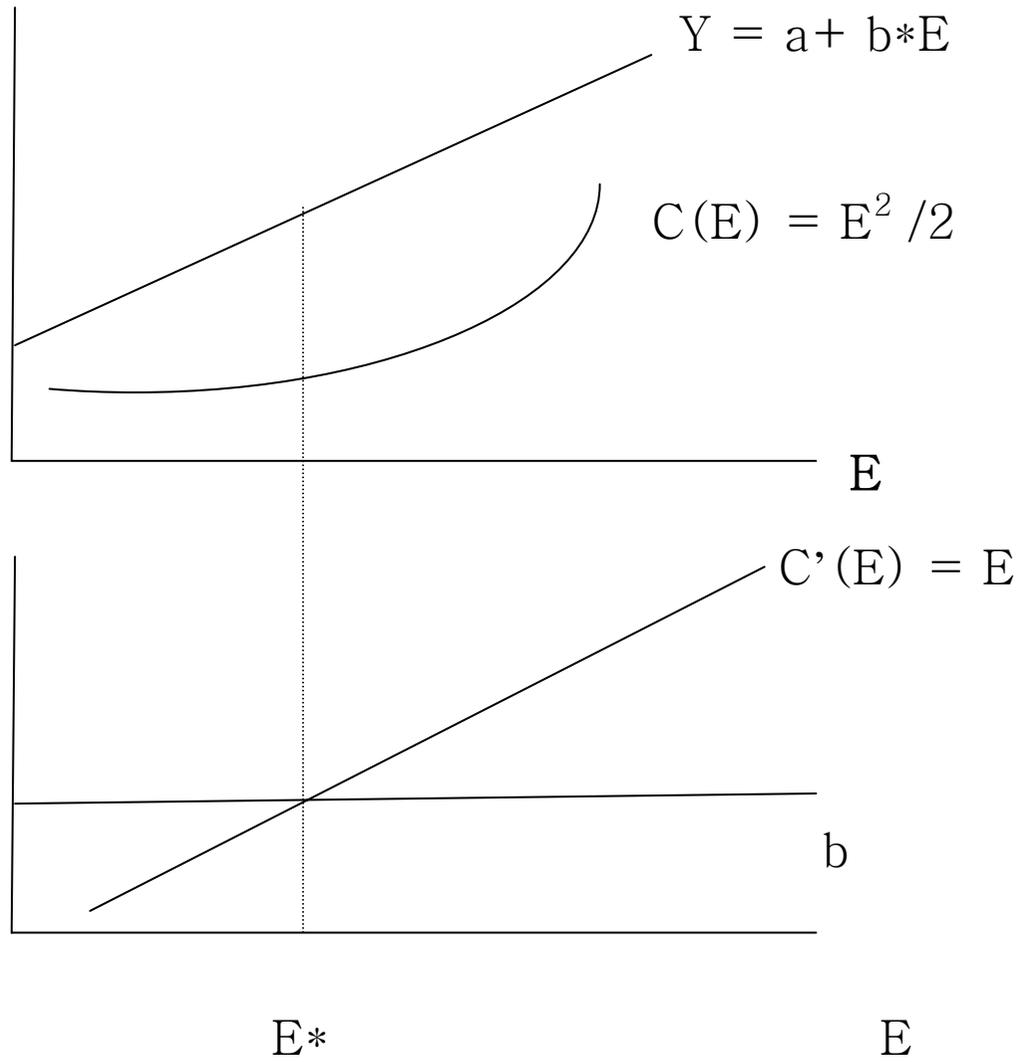
➔ $\text{Max } U_E = a + b*E - E^2 / 2$

➔ F.O.C: $\partial U / \partial E = b - E = 0$

➔ $E^* = b$

- 대리인의 효용을 극대화 하는 노력수준은 임금을 결정하는 요소 가운데 하나인 'b' 의 수준과 일치함.
- 여기서 'b'는 대리인이 생산한 수준에 비례한 임금의 크기로 통상적으로 'commission rate' 혹은 'piece rate' 로 정의함.
- 대리인의 노력수준은 b 가 증가할수록 높아지나 a (일종의 기본급)와는 독립적임.

그래프로 분석한 대리인 문제



Principal–Agent Problem

- E^* maximizes the difference between Y and $C(E)$.
- At this effort level, $C'(E) = b$

Bottom line for the agent's problem

- Effort increases with b
- Effort is independent of a

주어진 대리인의 반응에서 주인 문제풀기

- 주인은 임금체계를 결정하는 'a' 와 'b' 를 자신의 이윤을 극대화하는 수준에서 결정해야 됨.
- 주인은 대리인의 반응함수를 고려함.
- 4 가지 상황을 고려함.

1. 주어진 수준 'a' 에서 이윤을 극대화 하는 'b' 구하기

2. 주어진 수준 'a' 에서 근로자가 선호하는 'b' 구하기

3. 사회적으로 효율적 - $\text{Max } U + \Pi$ -인 'b' 구하기

4. 주인의 문제 \rightarrow 주어진 대리인의 효용수준에서 자신의 이윤을 극대화 하는
'a' 와 'b' 구하기

경우 1

- 만일 $a = 0$ 이면 주인의 이윤함수는

$$- \text{Max } \Pi_b = E^* - (a + b \cdot E)$$

$$= b - (a + b^2) \rightarrow \text{대리인 문제로부터 } E^* = b$$

$$= b - b^2 - a$$

$$\rightarrow \text{F.O.C: } \partial \Pi / \partial b = 1 - 2b = 0$$

$$b^* = 0.5$$

-주인의 이윤을 극대화 하는 commission rate 은 50%임.

-이때 대리인 노력수준: $E^* = b = 0.5$

-생산량 수준 $Q = E = 0.5$

-이윤: $\Pi = 0.5 - a - b * E = 0.5 - 0.5 * 0.5 = 0.25$

경우 2

만일 a 가 고정되어 있는 상황에서 대리인이 가장 선호하는 임금체계는?

$$-U = Y - C(E) = a + b*Q - C(E)$$

$$- \text{Max}_b a + b*Q - C(E) = a + b*E - E^2 / 2$$

$$= a + b^2 / 2 \rightarrow \text{대리인 문제로부터 } E^* = b$$

$$- \text{F.O.C: } \partial U / \partial b = b > 0$$

- 대리인의 효용수준은 아무리 'b' 가 높은 수준에 있더라도 증가할수록 계속 증가함 → the more the better
- 효용극대화 일계조건은 내부해 (internal solution) 을 제공해 주지 못함.
- 근로자는 가장 높은 수준의 commission rate 을 원함.

경우 3

- 사회적으로 '효율적' 인 보상체계 구하기

$$- \text{Max}_{a,b} U + \Pi = E^* - (a + b*Q) + (a + b*Q) - C(E^*)$$

$$= E^* - C(E^*)$$

$$= b - b^2 / 2$$

-F.O.C: $\partial U + \pi / \partial b = 1 - b = 0$

- $b^* = 1$ or 100% commission rate

- 고정된 a 수준에서 사회적으로 효율적인 즉 파레토 최적화 하는
commission rate 은 100% 수준임.