Interest Rates

한림대학교

Department of Finance, Hallym University

Sun-Joong Yoon, Ph.D.

Types of Interest Rates

- 단기 이자율 (Short – Term Interest Rate)
  - 일반적으로 만기 1년 이내
  - 3M 국채수익률 (treasury bond yield)
  - LIBOR (1M, 2M, 3M, 6M, 12M), 91 days CD 금리
  - 환매 이자율 (repo rate; repurchase agreement), CP 금리

- 중장기 이자율 (Medium – or Long – Term Interest Rate)
  - 일반적으로 만기 1년 이상
  - 국채 이자율
  - 특수채 / 금융채 이자율
  - 통안증권 이자율
  - 회사채 이자율
  - MBS 이자율
  - IRS 금리 / CRS 금리

Types of Interest Rates

종류명	잔존기간	최종호가수익률						
		당일		전일대비	전일	국고채권 대비 스프레드	연중최고	연중최저
		11시30분	15시30분					
국고채권(1년)	10월 ~ 1년	2.73	2.74	0.01	2.73	-	3.24	2.63
국고채권(3년)	2년6월 ~ 3년	3.59	3.61	0.05	3.56	-	3.61	3.26
국고채권(5년)	4년6월 ~ 5년	4.19	4.22	0.07	4.15	-	4.22	3.72
국고채권(10년)	9년 ~ 10년	4.49	4.53	0.06	4.47	-	4.53	4.16
국고채권(20년)	18년 ~ 20년	4.91	4.94	0.06	4.88	-	4.94	4.57
국민주택1종(5년)	4년6월 ~ 5년1월	4.68	4.70	0.04	4.66	0.48	4.70	4.39
통안증권(91일)	85일 ~ 91일	2.20	2.21	-	2.21	0.03	2.72	2.19
통안증권(364일)	364일	2.78	2.77	0.02	2.75	0.03	3.20	2.63
통안증권(2년)	1년9월 ~ 2년	3.36	3.37	0.04	3.33	-0.02	3.47	3.10
한전채(3년)	2년9월 ~ 3년	4.28	4.29	0.06	4.23	0.68	4.81	4.12
산금채(1년)	10월 ~ 1년1월	3.08	3.13	0.09	3.04	0.39	4.26	2.94
회사채(무보증3년)AA-	2년9월 ~ 3년	7.38	7.39	0.01	7.38	3.78	7.73	7.25
회사채(무보증3년)BBB-	2년9월 ~ 3년	12.03	12.05	0.06	11.99	8.44	12.05	11.70
CD(91일)	91일	2.97	2.97	-0.01	2.98	0.79	3.93	2.97
CP(91일)	85일 ~ 91일	4.89	4.84	-0.16	5.00	2.66	6.36	4.84

** KSDA

Types of Interest Rates

U.S. Treasuries

	COUPON	MATURITY DATE	CURRENT PRICE/YIELD	PRICE/YIELD CHANGE	TIME
3-MONTH	0.000	04/16/2009	0.11 / .11	0 / -.000	01/16
6-MONTH	0.000	07/16/2009	0.28 / .28	0 / -.000	01/16
12-MONTH	0.000	01/14/2010	0.41 / .42	0 / -.000	01/16
2-YEAR	0.875	12/31/2010	100-09½ / .72	0-00 / -.000	01/16
3-YEAR	1.125	01/15/2012	100-06+ / 1.06	0-00 / -.000	01/16
5-YEAR	1.500	12/31/2013	100-04+ / 1.47	0-00 / -.000	01/16
10-YEAR	3.750	11/15/2018	112-16 / 2.32	0-00 / -.000	01/16
30-YEAR	4.500	05/15/2038	132-01½ / 2.87	0-00 / -.000	01/16

	CURRENT	1 MONTH PRIOR	3 MONTH PRIOR	6 MONTH PRIOR	1 YEAR PRIOR
FEDERAL RESERVE TARGET RATE	.25	.25	1.50	2.00	4.25
PRIME RATE	3.25	3.25	4.50	5.00	7.25
1-MONTH LIBOR	.36	.88	4.28	2.46	3.99
3-MONTH LIBOR	1.14	1.85	4.50	2.78	3.95
5-YEAR AAA BANKING & FINANCE	4.93	5.41	6.36	4.92	4.30
10-YEAR AAA BANKING & FINANCE	5.61	6.17	7.62	5.89	5.18

** Bloomberg

Types of Interest Rates

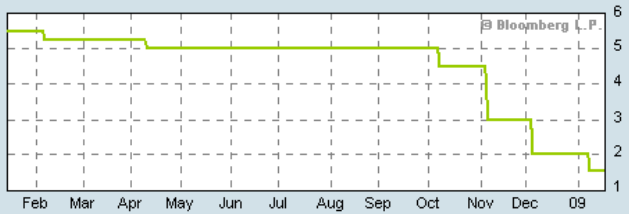
U.K. GOVERNMENT BONDS

	COUPON	MATURITY DATE	CURRENT PRICE/YIELD	PRICE/YIELD CHANGE	TIME
3-MONTH	0.000	04/20/2009	99.77 / .95	-0 / .010	01/16
6-MONTH	0.000	07/20/2009	99.46 / 1.09	0.004 / -.002	01/16
1-YEAR	4.750	06/07/2010	104.92 / 1.14	0 / -.007	01/16
2-YEAR	4.250	03/07/2011	105.52 / 1.60	-0 / -.003	01/16
3-YEAR	5.000	03/07/2012	108.21 / 2.26	-0 / -.002	01/16
4-YEAR	4.500	03/07/2013	107.62 / 2.54	-0 / -.001	01/16
5-YEAR	5.000	09/07/2014	111.39 / 2.80	-0 / -.001	01/16
7-YEAR	4.750	09/07/2015	109.98 / 3.07	0 / -.001	01/16
8-YEAR	4.000	09/07/2016	105.75 / 3.15	-0 / -.000	01/16
10-YEAR	5.000	03/07/2018	113.33 / 3.30	-0 / -.000	01/16
15-YEAR	5.000	03/07/2025	109.75 / 4.16	-0 / -.000	01/16
20-YEAR	4.250	12/07/2027	100.14 / 4.24	0 / -.000	01/16
30-YEAR	4.750	12/07/2038	110.34 / 4.14	0 / -.000	01/16

** Bloomberg

BANK OF ENGLAND INTEREST RATES

CURRENT VALUE: 1.5



Types of Interest Rates

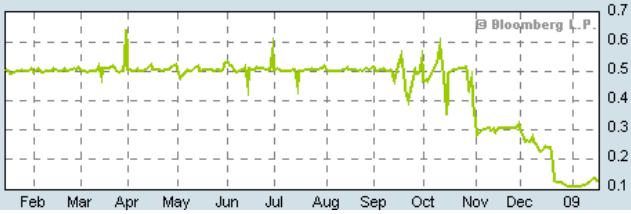
Japanese Government Bonds

	COUPON	MATURITY DATE	CURRENT PRICE/YIELD	PRICE/YIELD CHANGE	TIME
3-MONTH	0.000	04/20/2009	99.95 / .22	-0 / .003	01/16
6-MONTH	0.000	07/10/2009	99.9 / .22	-0 / .002	01/16
1-YEAR	0.700	01/15/2010	100.43 / .27	0 / -.001	01/16
2-YEAR	0.500	01/15/2011	100.27 / .37	0 / -.001	01/16
3-YEAR	1.400	12/20/2011	102.74 / .46	0 / -.001	01/16
4-YEAR	0.800	12/20/2012	100.86 / .58	0 / -.001	01/16
5-YEAR	0.700	12/20/2013	100.05 / .70	0 / .000	01/16
6-YEAR	1.300	12/20/2014	103.06 / .77	0 / -.001	01/16
7-YEAR	2.000	03/20/2016	108.47 / .76	0 / -.001	01/16
8-YEAR	1.700	12/20/2016	105.72 / .93	0 / -.001	01/16
9-YEAR	1.500	12/20/2017	103.29 / 1.10	0 / -.001	01/16
10-YEAR	1.300	12/20/2018	100.74 / 1.22	0 / -.001	01/16
15-YEAR	1.800	12/20/2023	101.78 / 1.66	0 / .000	01/16
20-YEAR	2.100	12/20/2028	104.46 / 1.81	0 / .000	01/16
30-YEAR	2.400	09/20/2038	109.69 / 1.90	0 / -.001	01/16

** Bloomberg

Bank of Japan Interest Rates

CURRENT VALUE: 0.123



Compounding Frequency

- 복리 빈도 (compounding frequency)
  - 이자가 측정되는 횟수
  - 연간복리 (Annual compounding)
  - 반년복리 (Semi-annual compounding)
  - 분기복리 (Quarterly compounding)
  - 연속복리 (Continuous compounding)

- 예제
  - 100만원 을 1년간 투자하고 싶은 투자자
  - 예금 이자율
    - (1) 분기복리 10.00% (quarterly compounding)
    - (2) 반년복리 10.10% (semi-annual compounding)
    - (3) 연간복리 10.20% (annual compounding)
    - (4) 연속복리 9.90% (continuous compounding)

Conversion Formula

- 연간 m번, 총 n년간 복리로 투자를 한다고 할때,

$$\text{미래의 투자가치} = A\left(1+\frac{R}{m}\right)^{mn}$$

- 연속복리로 총 n년간 투자한다고 할 때,

$$\text{미래의 투자 가치} = Ae^{Rn}$$

- 예제
  - (Q1) 반년 복리 기준의 연 10% 이자는 연속복리로는 얼마인가?
  - (Q2) 연속복리 기준 연 8%의 이자율로 1억원의 대출을 받은 경우, 분기별로 이자를 지급해야 한다고 할 때, 지급해야 하는 분기별 이자는 얼마인가?

Zero Rate (i.e., ZCB Rate)

- 정의
  - n 년간 만기 무이표 채권의 이자율: 중간에 지급되는 이자 수입이 _____, n 년도에만 모든 원리금이 지급되는 투자의 수익률
- 예제
  - (1) 5 년 만기 무이표이자율이 연속복리로 5%라면, 100만원을 5년간 투자하였을 때 만기에 받게 되는 원리금의 합계는?
  - (2) 만기에 따른 무이표 이자율의 예시

Maturity (years)	Zero rate (continuous compounding)
0.5	5.0 %
1.0	5.8 %
1.5	6.4 %
2.0	6.8 %

Bond Pricing

- 채권의 가격결정방법
  - 채권 소유자가 미래에 받게될 모든 현금흐름의 현재 가치
  - Two issues
    - (Q1) 미래에 받게될 모든 현금 흐름?
    - (Q2) 현재가치를 계산하기 위해 필요한 할인률?
- 국채의 이론 가격

$$P(0,t_n)=\sum_{i=1}^{n} c_i e^{-R_i t_i} + Fe^{-R_n t_n}$$ 단, R_i: i번째 이자지급시점을 만기로 하는 zero rate

- 예제
  - 각 만기별 무이표 이자율이 앞의 표에서와 같다고 가정
  - 2년 만기 국채의 원금이 100원, 반년 복리 기준 표면이율이 연 6%
  - 해당 국채의 이론가격은?
  - 만약 동일한 만기와 표면이율의 AAA 등급의 회사채라면?

Yields

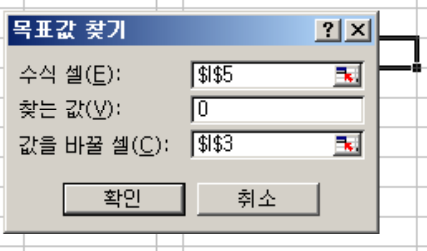
- 채권 수익률(Bond Yield; yield to maturity)
  - 채권으로부터 발생하는 현금흐름의 현재가치와 채권의 시장가치를 같게 만드는 할일률
  - 결과적으로 해당 채권 만기까지의 _____의 가중 평균 개념
  - 시행착오법 (trial-and-error method)으로 계산 (혹은 MS excel 해찾기 기능 사용)
  - 앞선 예제에서 국채의 채권 수익률 (연속복리 기준) 은?

- 액면가수이률 (Par Yield)
  - 채권의 가격을 액면가와 같게 만드는 표면이율 (이표율; coupon rate)
  - 앞선 예제에서 국채의 액면가 수익률(반년복리 기준)은? 연속복리 기준 액면가 수익률은?

  - 채권가격과 액면가 수익률
    - (1) 채권가격 > 액면가 ➔ 액면가 수익률 ____ 표면이율
    - (2) 채권가격< 액면가 ➔ 액면가 수익률 ____ 표면이율

Bond Yield – Exercise

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2									
3		Time to maturity	Zero rate		Principal	100		Bond yield	0.0676
4		0.5	5.0		Time to maturity	2 years			
5		1.0	5.8		Coupon rate	6%		Objective equation	0.0000
6		1.5	6.4		Bond price	98.39			
7		2.0	6.8						
8									
9									
10									
11									
12									
13									
14									
15									
16									



Calibration of Zero Rates

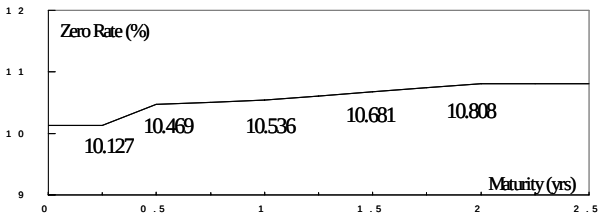
- 필요성
  - 만기가 다양한 채권의 이론가격을산출하기 위해서는 _____
  - 시장에서 관찰되는 여러 이자율 중 _____은 별로 존재하지 않음 => 시장 이자율로부터 _____을 도출하는 과정이 필요

- 예제
  - 현재 시장에서 관찰되는 채권의 가격은 아래와 같으며, 이자를 지급하는 경우는 반년에 한 번씩 이자를 지급하는 채권임 Interest payment: semi-annually
  - 채권의 가격 및 정보

Bond Principal	Time to Maturity	Annual Coupon	Bond Price
100	0.25	0	97.5
100	0.50	0	94.9
100	1.00	0	90.0
100	1.50	8	96.0
100	2.00	12	101.6

Calibration of Zero Rates

- By Bootstrap Method
  - (3M zero rate) $100 \times e^{-R_{0.25} \times 0.25} = 97.5$
  - (6M zero rate) $100 \times e^{-R_{0.50} \times 0.50} = 94.9$
  - (1Y zero rate) $100 \times e^{-R_{1.00} \times 1.00} = 90.0$
  - (1.5Y zero rate) $4 \times e^{-R_{0.50} \times 0.50} + 4 \times e^{-R_{1.00} \times 1.00} + 104 \times e^{-R_{1.50} \times 1.50} = 96.0$
  - (2Y zero rate) $6 \times e^{-R_{0.50} \times 0.50} + 6 \times e^{-R_{1.00} \times 1.00} + 6 \times e^{-R_{1.50} \times 1.50} + 106 \times e^{-R_{2.00} \times 2.00} = 101.6$



Example of Zero Rates

대분류	중분류	소분류	3개월	6개월	9개월	1년	1년6개월	2년	2년6개월	3년	5년	10년
국채	국고채권	국고,양곡,외평,재정	2.17	2.32	2.53	2.74	3.16	3.39	3.64	3.67	4.32	4.65
	국민주택2종		1.89	2.10	2.48	2.81	3.32	3.66	3.97	4.21	4.59	5.07
	국민주택1종	국민주택1종	2.13	2.35	2.67	3.02	3.56	3.92	4.20	4.44	4.79	0.00
지방채	서울도시철도	서울도시철도	2.31	2.58	2.96	3.21	3.75	4.16	4.45	4.64	5.15	0.00
	지역개발	기타지방채	2.31	2.58	2.96	3.21	3.75	4.16	4.45	4.64	5.15	5.63
특수채	공사채 공단채	(AAA)한전	2.64	3.02	3.29	3.41	3.86	4.09	4.25	4.40	5.15	5.57
		(AAA)도로, 수자원	2.67	3.06	3.33	3.45	3.90	4.13	4.30	4.44	5.22	5.61
		AAA	2.70	3.09	3.34	3.47	3.92	4.18	4.32	4.50	5.24	5.64
		AA+	3.02	3.40	3.71	3.87	4.38	4.60	4.83	5.00	5.62	6.02
		AA0	3.09	3.45	3.79	3.93	4.44	4.67	4.91	5.08	5.72	6.16
		AA-	3.11	3.48	3.82	3.98	4.49	4.73	4.95	5.15	5.82	6.22
	예금보험	예금보험	2.61	2.68	2.87	3.09	3.59	3.92	4.24	4.41	5.01	5.58
통안증권	통안증권	통안증권	2.21	2.38	2.59	2.80	3.21	3.40	0.00	0.00	0.00	0.00
금융채 I(은행채	무보증(산금채)	(AAA)산금채	2.37	2.62	3.00	3.29	3.99	4.30	4.46	4.59	5.16	5.67
	무보증(중금채)	(AAA)중금채	2.41	2.71	3.08	3.39	4.10	4.40	4.55	4.70	5.26	5.80
	무보증AAA	AAA	2.70	3.16	3.42	3.61	4.25	4.56	4.72	4.87	5.59	6.31
	무보증AA계열	AA+	3.07	3.63	3.99	4.22	4.89	5.22	5.38	5.55	6.28	7.01
		AA	3.23	3.83	4.23	4.51	5.17	5.51	5.67	5.82	6.56	7.29
		AA-	3.33	3.96	4.36	4.66	5.30	5.64	5.80	5.98	6.72	7.50
	무보증A계열	A+	3.43	4.03	4.44	4.75	5.40	5.75	5.92	6.10	6.85	7.74
		A	3.51	4.11	4.54	4.84	5.49	5.84	6.00	6.19	6.96	7.88
		A-	3.58	4.18	4.62	4.94	5.58	5.95	6.11	6.31	7.08	8.01

** Fnguide

Example of Zero Rates

대분류	중분류	소분류	3개월	6개월	9개월	1년	1년6개월	2년	2년6개월	3년	5년	10년
금융채 II(카드채	무보증AA계열	AA	4.02	4.88	5.23	5.43	6.09	6.59	6.92	7.12	7.90	8.76
		AA-	4.13	4.97	5.33	5.58	6.23	6.76	7.11	7.33	8.08	8.97
	무보증A계열	A+	5.40	6.69	7.17	7.63	8.28	8.60	8.93	9.11	9.61	10.48
		A	5.52	6.82	7.30	7.80	8.48	8.82	9.14	9.34	9.82	10.72
		A-	5.62	6.94	7.43	7.94	8.62	8.97	9.30	9.53	9.99	10.86
	무보증BBB계열	BBB+	5.81	7.14	7.64	8.17	8.89	9.29	9.64	9.88	10.66	11.92
		BBB	6.42	7.79	8.36	8.94	9.68	10.15	10.55	10.86	11.88	13.72
		BBB-	8.05	9.50	10.06	10.68	11.42	11.93	12.32	12.64	13.70	15.71
회사채 I	무보증AAA	AAA	3.16	3.46	3.69	3.82	4.32	4.68	4.90	5.05	5.60	6.17
	무보증AA계열	AA+	3.51	3.88	4.20	4.40	5.05	5.48	5.84	5.98	6.47	7.07
		AA	3.70	4.21	4.61	4.85	5.74	6.17	6.60	6.78	7.37	7.96
		AA-	4.03	4.56	5.05	5.38	6.36	6.88	7.35	7.57	8.09	8.65
	무보증A계열	A+	4.23	4.90	5.47	5.87	6.89	7.42	7.97	8.23	8.64	9.25
		A0	4.34	5.01	5.64	6.05	7.13	7.76	8.34	8.62	9.13	9.65
		A-	4.46	5.18	5.81	6.24	7.39	8.07	8.71	8.99	9.48	10.03
	무보증BBB계열	BBB+	4.94	5.79	6.54	7.08	8.36	9.15	10.01	10.48	11.06	11.55
		BBB	5.35	6.30	7.11	7.78	9.19	10.05	10.99	11.49	12.26	12.96
		BBB-	6.06	7.14	8.03	8.77	10.34	11.32	12.35	12.93	14.01	14.94
	보증AAA	AAA	3.14	3.44	3.68	3.89	4.38	4.77	5.00	5.15	5.71	6.32
	보증AA계열	AA+	3.51	3.91	4.21	4.48	5.13	5.58	5.96	6.12	6.60	7.35
		AA	3.74	4.30	4.66	4.95	5.82	6.26	6.68	6.88	7.50	8.25
		AA-	4.09	4.65	5.10	5.48	6.48	6.99	7.45	7.69	8.25	9.10
	보증A계열	A+	4.29	5.00	5.55	6.00	6.98	7.54	8.08	8.44	8.95	9.88
		A	4.43	5.13	5.77	6.27	7.31	7.96	8.55	8.99	9.59	10.48
		A-	4.72	5.47	6.11	6.64	7.78	8.49	9.22	9.76	10.40	11.43

** Fnguide

Forward Interest Rates

- 선도 이자율 (forward rate) 의 정의
  - 현재의 무이표 이자율 곡선으로부터 추정된 미래 특정 기간 동안의 이자율

- 예제

만기	무이표이자율(현물이자율, 연 %)	선도이자율 (연 %)
1Y	3.0 %	-
2Y	4.0 %	_____
3Y	4.6 %	_____
4Y	5.0 %	_____
5Y	5.3 %	_____

$$e^{0.04\times 2} = e^{0.03\times 1}\times e^{f_{1,2}\times 1}$$

$$e^{0.046\times 3} = e^{0.04\times 2}\times e^{f_{2,3}\times 1}$$

$$\vdots$$

$$e^{R_2T_2} = e^{R_1T_1}\times e^{f_{T_1,T_2}(T_2-T_1)} \quad \Rightarrow \quad f_{T_1,T_2} = \frac{R_2T_2 - R_1T_1}{T_2 - T_1}$$

FRA

- FRA (forward rate agreement)의 정의
  - 미래 특정 기간동안에 일정한 원금을 차입하거나 대출하는 데 적용할 이자율을 미리 결정(합의)한 선도 계약

- FRA의 손익

(1) Lender: $L\times(R_K - R_M)\times(T_2 - T_1)$

(2) Borrower: $L\times(R_M - R_K)\times(T_2 - T_1)$

단, R_K는 FRA 계약의 이자율
R_M:은 실제 미래기간의 실현 이자율
모든 이자율은 (T_2-T_1) 기준 복리임

- 예제
  - 3년 후에 자금 1억원을 채권에 3개월 간 투자하고자 하는 투자자
  - 현재 3년 후에 시작하는 3개월 선도금리계약(FRA)은 4%(분기복리)라고 함
  - (1) 3년 후 실제 3개월 이자율이 4.5%이면?
  - (2) 3년 후 실제 3개월 이자율이 3.5%이면?

FRA

- FRA의 가치평가
  - 미래 모든 현금흐름의 현재가치
  - (1) 현금흐름? ➔ _____이 실제로 실현된다고 가정
  - (2) 할인률? ➔ 무위험 _____으로 할인

$$V_{FRA} = L \times \left(R_K - f_{T_1,T_2}\right) \times \left(T_2 - T_1\right) \times e^{-R_2 T_2}$$

- 예제
  - slide 6의 시장 이자율을 가정
  - 1년~2년 사이에 1억원의 원금에 대해 연 6% (연간복리 기준) 이자를 받는 FRA 체결
  - FRA의 가치는?
    - (step 1) 1~2년 사이의 선도이자율 계산
    - (step 2) 연간복리 (annual compounding)기준으로 전환한 선도이자율은?
    - (step 3) value of FRA?

Term Structure of Interest Rates

- Term Structure의 정의
  - 만기에 따른 이자율의 결정 구조
  - 형태에 따른 구분
    - Upward sloping curve
    - Downward sloping curve
    - Flat curve
- 기간 구조와 선도 이자율
  - 우상향 곡선 (Upward sloping): $R_2 > R_1 \Rightarrow f_{1,2}$ ___ R_2 ____ YTM
  - 우하향 곡선 (Downward sloping): $R_2 < R_1 \Rightarrow f_{1,2}$ ___ R_2 ____ YTM
- 기간구조에 대한 가설
  - 불편기대 가설 (Unbiased expectations hypothesis)
    - 선도이자율은 기대 할인률 (expected future zero rates)과 같다
  - 유동성 선호 (Liquidity preference) / 프리미엄 가설 (premium hypothesis)
    - 선도이자율은 기대할인률보다 높다.
  - 시장분할가설 (Market segmentation hypothesis)
    - 단기 중기 장기 이자율은 각각 독립적으로 결정된다