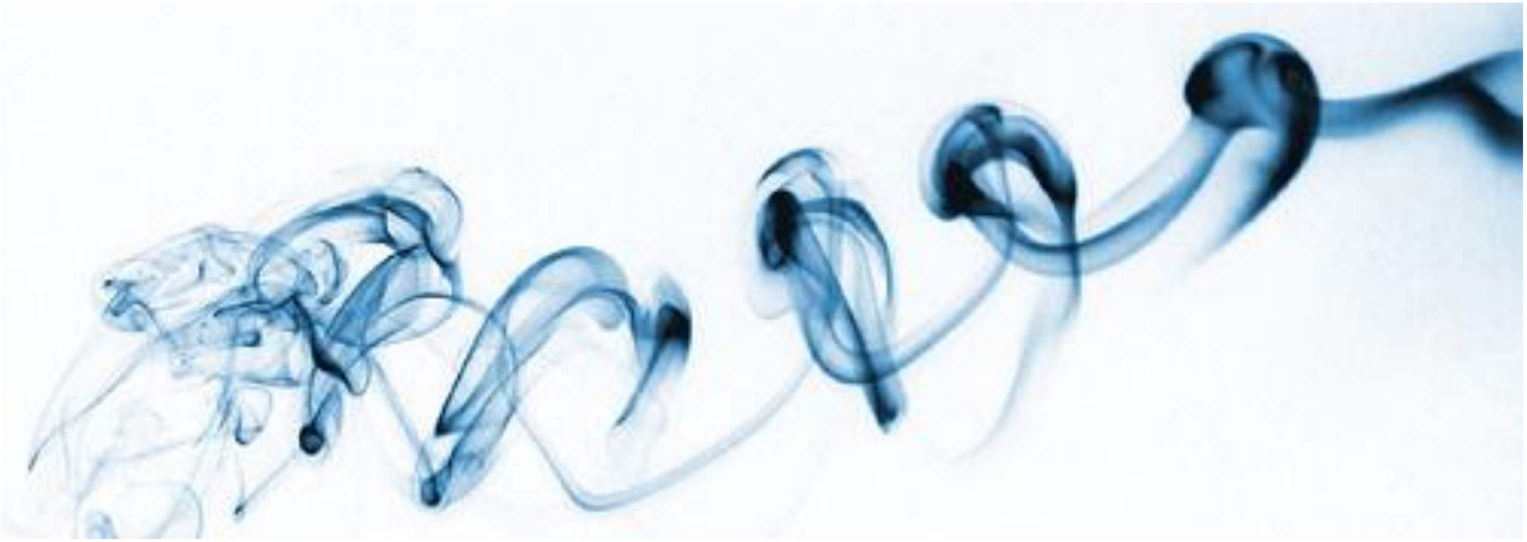
제3장　유체동역학



학습 목표

- 뉴톤의 제2법칙을 유체운동에 적용할 수 있다.
- 베르누이 방정식의 전개, 사용법 및 제한조건을 설명할 수 있다.
- 베르누이 방정식을 사용하여 간단한 유동문제를 풀 수 있다.
- 정압, 정체압, 동압 및 전압의 개념을 이해할 수 있다.
- 에너지선과 수력구배선을 이용하여 여러 가지 유동성질을 평가 할 수 있다.

3.1 뉴톤의 제2법칙

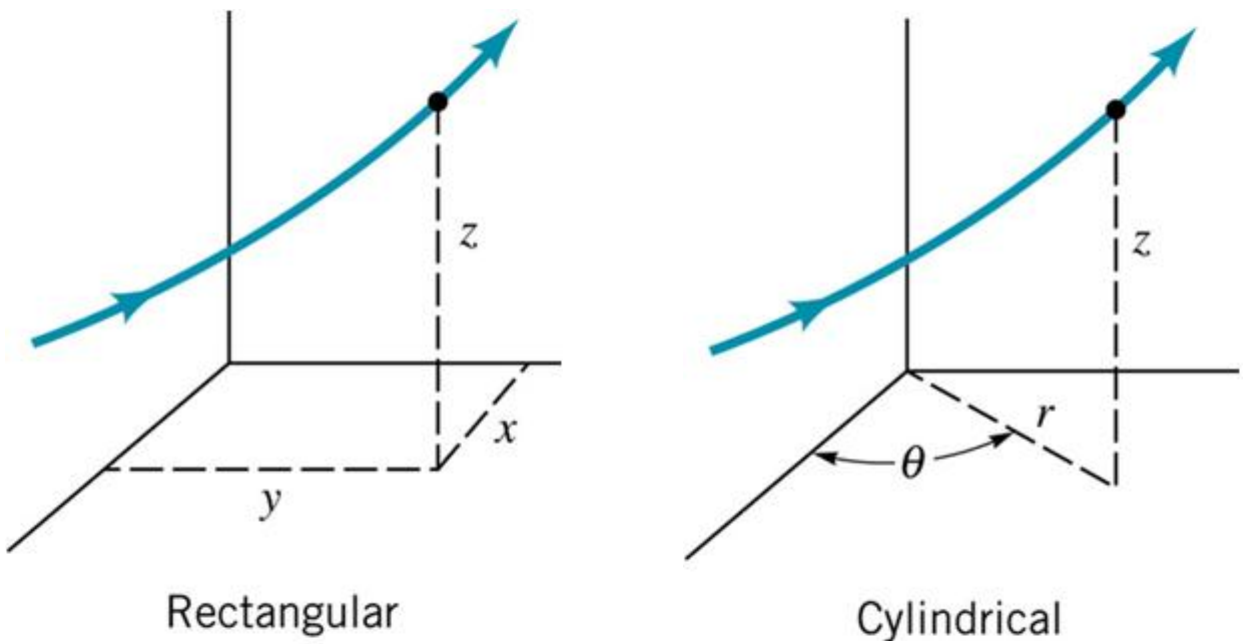
- 유체입자에 대하여 뉴톤 2법칙을 적용하면

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

입자에 작용하는 압력힘 + 입자에 작용하는 중력

- 가정 : 비점성 유동(inviscid fluid, 점성=0, 유체의 열전도율=0이므로 열전달이 없다)
- 실제 비점성 유체란 존재하지 않지만 점성의 영향이 다른 영향들에 비하여 비교적 작은 경우는 가능한 정의이다.

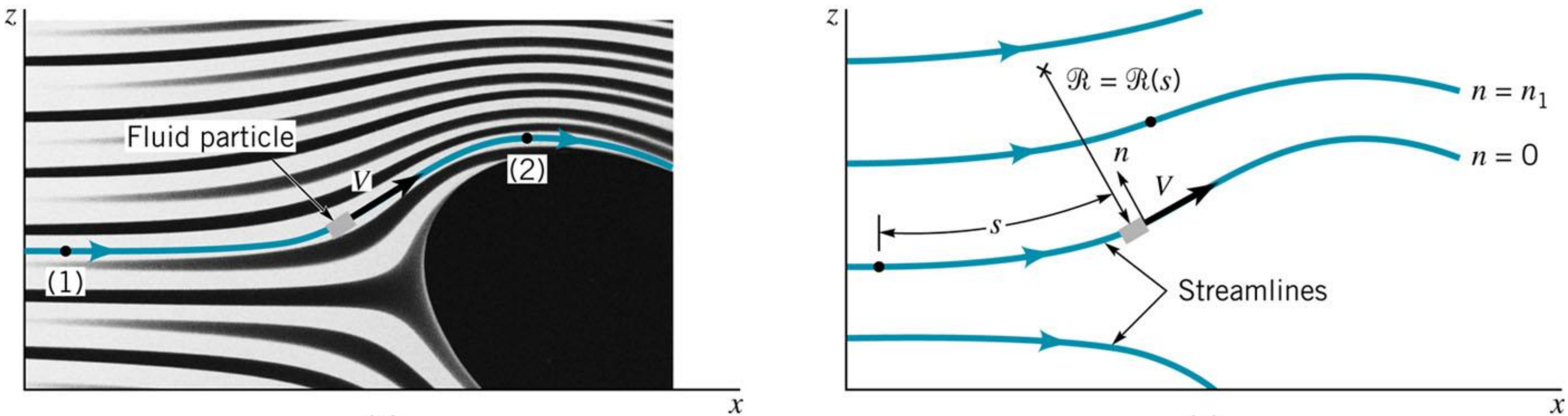
◆ 좌표계



• 운동을 기술하기 위한 좌표계에는 많은 종류가 있지만 어느 좌표계를 사용하는 것이 편리하냐 하는 것은 유동의 종류에 따라 결정된다.

제3장 유체동역학

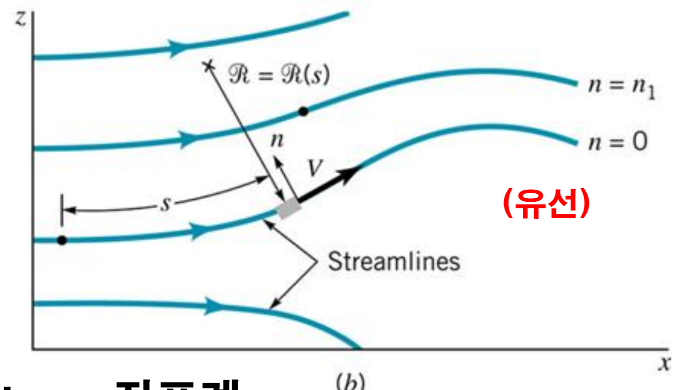
- **2차원 (평면)운동만을 고려**

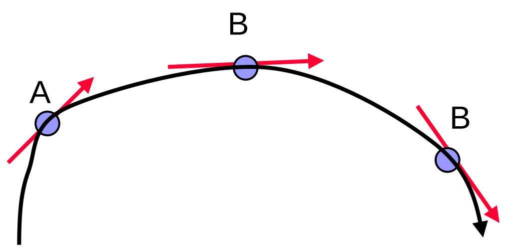


(a) (b)

- **정상유동(steady flow) : 시간에 따라 유동장의 물리량(속도, 압력 등)이 변하지 않고 일정한 유동**
- **정상유동이라고 하면, 그림(a)의 1점을 지나는, 이어지는 입자들 역시 같은 궤적을 그린다. 따라서, 궤적은 좌표 평면에 고정된 선이 된다(그림 b).**

- 유선(streamline) :
- 운동하는 유체의 각 점에서 속도벡터 측정하여 속도벡터에 접선방향이 되도록 그은 곡선
- 정상흐름(steady flow)에서는 유선이 변화하지 않는다.





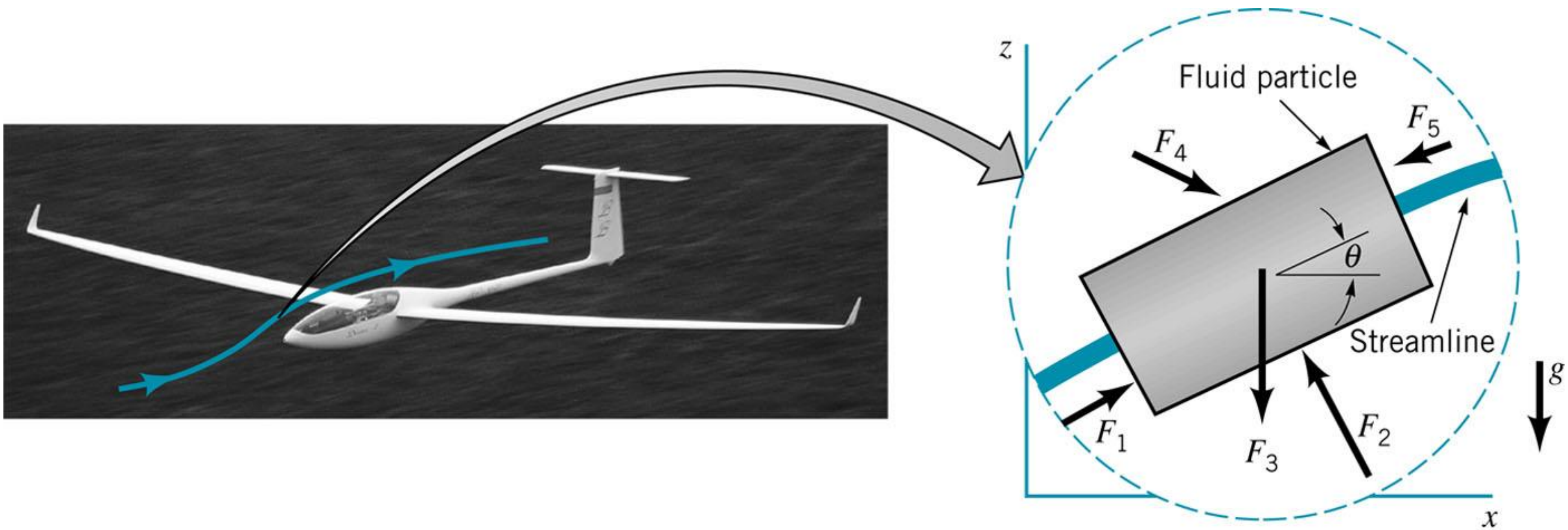
- 유선좌표계 : s-n좌표계

$$\vec{V} = \frac{d\vec{s}}{dt}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} \rightarrow a_s = V\frac{\partial V}{\partial s}, \quad a_n = \frac{V^2}{R}$$

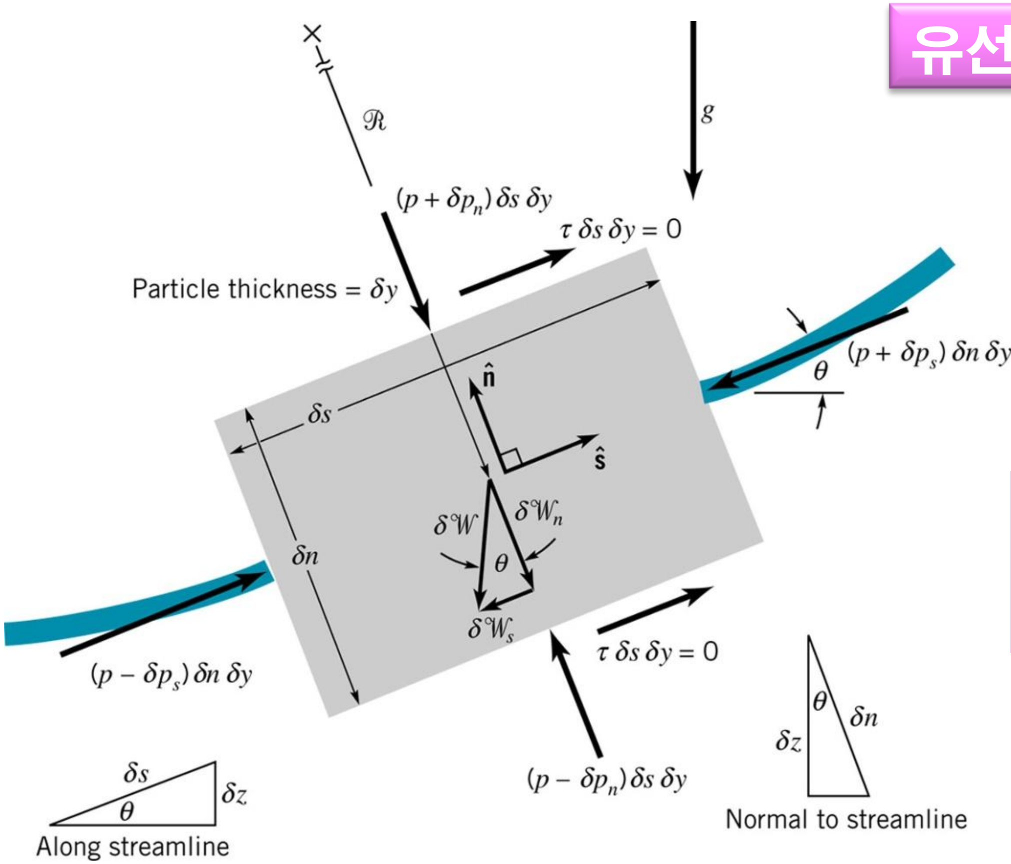
[설명] 일반적으로 V=V(s)이므로, 가속도의 s성분 a_s는 연쇄법칙을 이용하면

$$a_s = \frac{dV}{dt} = \left(\frac{\partial V}{\partial s}\right)\left(\frac{ds}{dt}\right) = \frac{\partial V}{\partial s}V$$



유동장 속의 유체입자가 받는 힘 (자유물체도)

3.2 유선을 따라 F=ma 적용



유선방향(s방향)에 대한 운동방정식

- 가정 : 비점성, 정상유동, 유선을 따라 이동

$$\sum \delta F_s = \delta m a_s$$

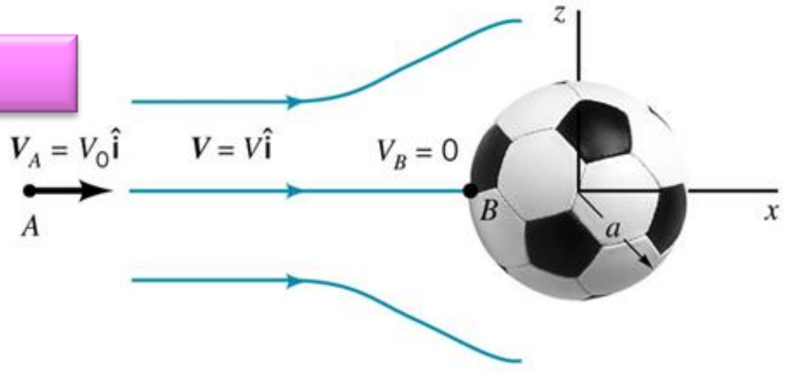
$$\boxed{-\gamma \sin\theta - \frac{\partial P}{\partial s} = \rho V \frac{\partial V}{\partial s}}$$

예제 3.1 : 유선에 따른 압력변화

반경 a인 구의 앞쪽에 수평인 유선 A-B를 따라 흐르는 비점성, 비압축성 정상유동. 유체의 속도

$$V = V_0\left(1 + \frac{a^3}{x^3}\right)$$

멀리 떨어진 상류의 지점 A(x_A= - ∞이고 $V_A=V_0$)에서 B점까지 (x_B= - a이고 V_B=0)유선을 따라서 압력변화를 구하여라.



(a)

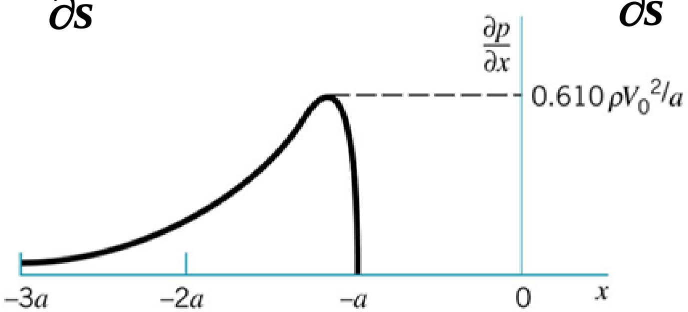
$$V\frac{\partial V}{\partial s} = V\frac{\partial V}{\partial x} = V_0^{\,2}\left(1 + \frac{a^3}{x^3}\right)\left(\frac{-3a^3}{x^4}\right)$$

수평방향 유동

식(3.4)에서 $-\gamma \cancel{\sin\theta} - \frac{\partial P}{\partial s} = \rho V\frac{\partial V}{\partial s}$ →변수 s를 x로 변경 → $\frac{\partial P}{\partial s} = -\rho\left(V\frac{\partial V}{\partial s}\right)$

따라서

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 3\rho V_0^{\,2}\left(1 + \frac{a^3}{x^3}\right)\frac{a^3}{x^4}$$



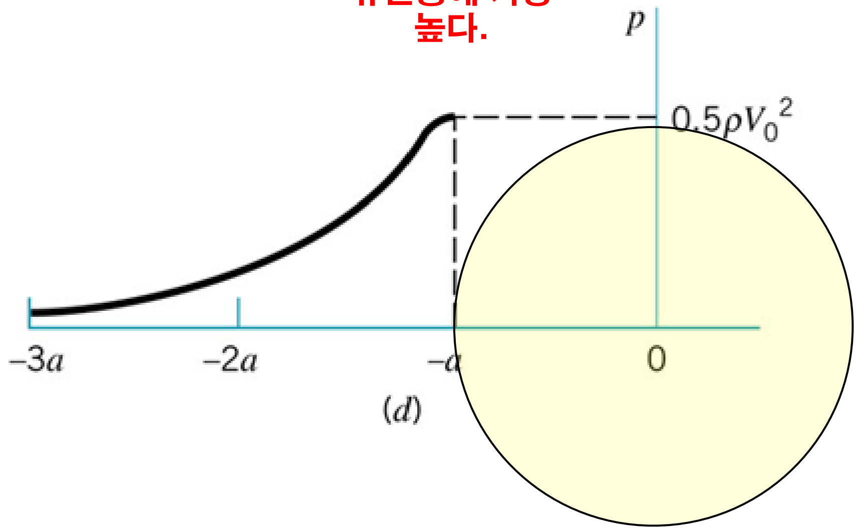
(c)

[참고] 유선에 따른 압력분포는 위 식을 적분하면 구해진다.

$$P = -\rho V_o^{\,2}\left[(a/x)^3 + \frac{(a/x)^6}{2}\right]$$

Answer

B점의 압력은
유선중에 가장
높다.



유선방향(s방향)에 대한 운동방정식

• 가정 : 비점성, 정상유동, 유선을 따라

$$\sum \delta F_s = \delta m a_s$$

$$\boxed{-\gamma \sin\theta - \frac{\partial p}{\partial s} = \rho V \frac{\partial V}{\partial s} = \rho a_s}$$

• 가정 : <u>비압축성, 비점성, 정상유동, 유선을 따라</u>

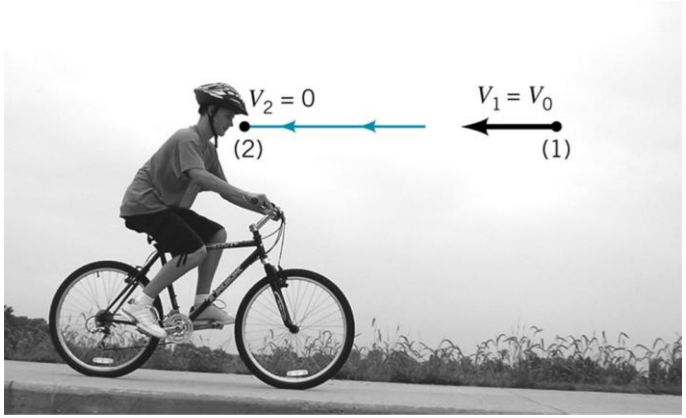
$$\boxed{P + \frac{1}{2}\rho V^2 + \gamma z = const}$$

: Bernoulli 방정식

압력에너지 + 운동에너지 + 위치에너지 = 전체에너지

예제 3.2 : 베르누이 방정식

정지된 공기 속에서 속도 V_0로 운동하는 자전거 선수, 점(1)과 (2) 사이의 압력차를 구하라.



- **자전거에 고정된 좌표계 선택** → 공기는 V_0의 속도로 다가오는 것처럼 보인다.
- 베르누이 방정식의 조건을 만족한다고 하면 점(1)과 (2)를 지나는 유선을 따라서

$$\boxed{P_1 + \frac{1}{2}\rho V_1^{\,2} + \cancel{\gamma z_1} = P_2 + \frac{1}{2}\rho \cancel{V_2}^{\,2} + \cancel{\gamma z_2}}$$

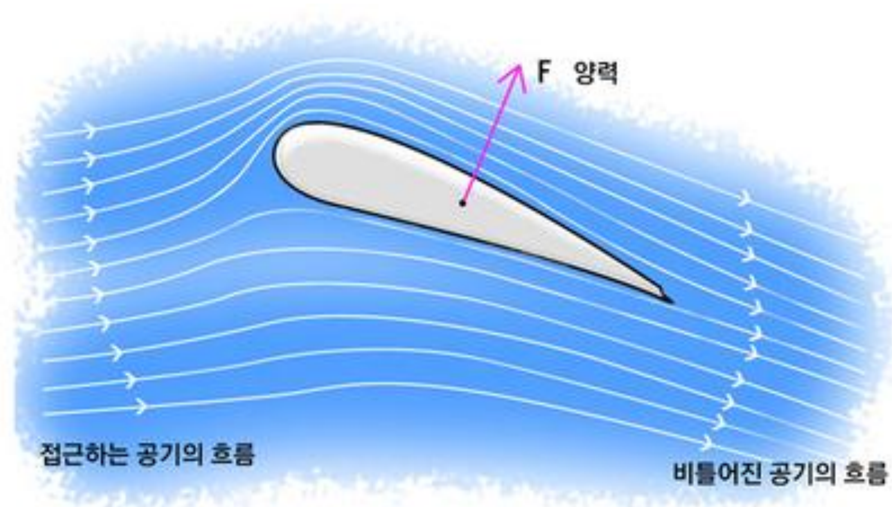
그러므로 $P_2 - P_1 = \frac{1}{2}\rho V_1^{\,2} = \frac{1}{2}\rho V_0^{\,2}$ //Answer

◆ 비행기가 뜨는 이유 : 양력(lift force)의 발생

$$\boxed{P+\frac{1}{2}\rho V^2+\cancel{\gamma z}=const}$$

높이 차가 없으면(z=0) 속도↑ 압력↓

속도↓ 압력↑



제3장 유체동역학

날개 없는 선풍기 원리