

# 제1장 유체의 기본성질

## 1.3 유체 거동의 해석

### [참고] Basic Laws in Fluid Dynamics

#### 1. Conservation of Mass (질량보존의 법칙)

- $$\frac{Dm_{system}}{Dt} = 0$$

- 시스템에서의 질량보존의 법칙
- 시스템은 변하지 않는 내용물의 집합체

- $$\frac{Dm_{c.v}}{Dt} = \sum \dot{m}_{in} - \sum \dot{m}_{out}$$

- 가정 : 정상유동 (Steady flow = 검사체적내 특정위치에서의 유체의 성질(밀도 등)이 시간에 대하여 일정)
- 검사체적에서의 연속방정식(Continuity Equation) (5장)
- Reynolds 수송정리를 이용하여 '시스템의 질량보존법칙'을 검사체적에 대하여 표현한 것

- $$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0$$

- 미분형 연속방정식
- 정상, 비정상, 압축성, 비압축성 유체 모두 사용 가능

# 제1장 유체의 기본성질

## 2. Conservation of Momentum (모멘텀보존의 법칙)

- Newton's Law of Motion: 
$$\Sigma \vec{F} = \frac{D(m \vec{V})_{sys}}{Dt}$$

→ 시스템의 선형운동량(mV)의 시간에 대한 변화율 = 시스템에 작용하는 외력의 합

- Linear Momentum Equation (선형운동량 방정식)

$$\Sigma \vec{F} = \frac{D}{Dt} \int_{c.v.} \rho \vec{V} dV_{cv} + \oint_{c.s.} \rho \vec{V} (\vec{V} \cdot \vec{n}) dA$$

→ 고정되고 움직이지 않는 검사체적에서의 선형운동량 방정식 (5장 - 234페이지)

- Navier-Stokes Equation

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = -\nabla P + \rho \vec{g} + \mu \nabla^2 \vec{V}$$

→ 프랑스 수학자 L.M.H. Navier(1785~1836)와 영국의 기계공학자 G.G. Stokes(1819~1903)에 의해 처음유도 (식6.127)

→ 질량보존에 관한 식과 함께 비압축성, 뉴턴유체의 거동을 완전하게 표현하고 있음.

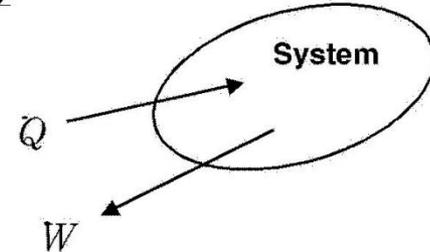
# 제1장 유체의 기본성질

## 3. Conservation of Energy(에너지 보존의 법칙)

- 1st Law of Thermodynamics

$$\frac{dE_{sys}}{dt} = \Sigma \dot{E}_{in} - \Sigma \dot{E}_{out} = \dot{Q} + \dot{W}$$

→  $\dot{Q}$  : 열전달율,  $\dot{W}$  : 일전달율



- Bernoulli's Equation

$$\frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gh = const.$$

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2$$

→ ①비점성, ②정상유동, ③비압축성 유체(=이상유체, ideal fluid), ④하나의 유선을 따르는 유동에 대한 베르누이 방정식

## 4. State Relationship like $\rho = \rho(P, T)$

$$P = \rho RT \quad \rightarrow \quad \text{ideal gas law}$$

## 5. Appropriate Boundary & Initial Conditions

at solid surfaces/interfaces, at inlet/ outlets (ch. 6)

# 제1장 유체의 기본성질

## 1.4 유체의 질량과 무게

### 1.4.1 밀도(density, $\rho$ )

- 정의 : 단위 체적당 질량 ( $kg/m^3$ )  $\rightarrow$  유체의 질량의 특성
- 차원 : [ $M L^{-3}$ ]

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow \delta V} \frac{\Delta m}{\Delta V}$$

여기서,  $\Delta m = \Delta V$ 에서의 유체의 질량,  $\delta V =$  한 점으로 표시되는 체적

- $\rho_{air} = 0.001205 \text{ g/cc} = 1.2 \text{ kg/m}^3$
- $\rho_{H_2O} = 1 \text{ g/cm}^3 = 1,000 \text{ kg/m}^3$
- $\rho = \rho(P, T)$ 
  - $\rightarrow$  액체 : 온도와 압력변화에 대한 변화 小
  - 기체 : 온도와 압력변화에 대한 변화 大
- Incompressible:  $\rho = \text{constant}$  ( $Ma < 0.3$ )
- 비체적 (Specific Volume,  $v$ ) :  $v = \frac{1}{\rho}$

# 제1장 유체의 기본성질

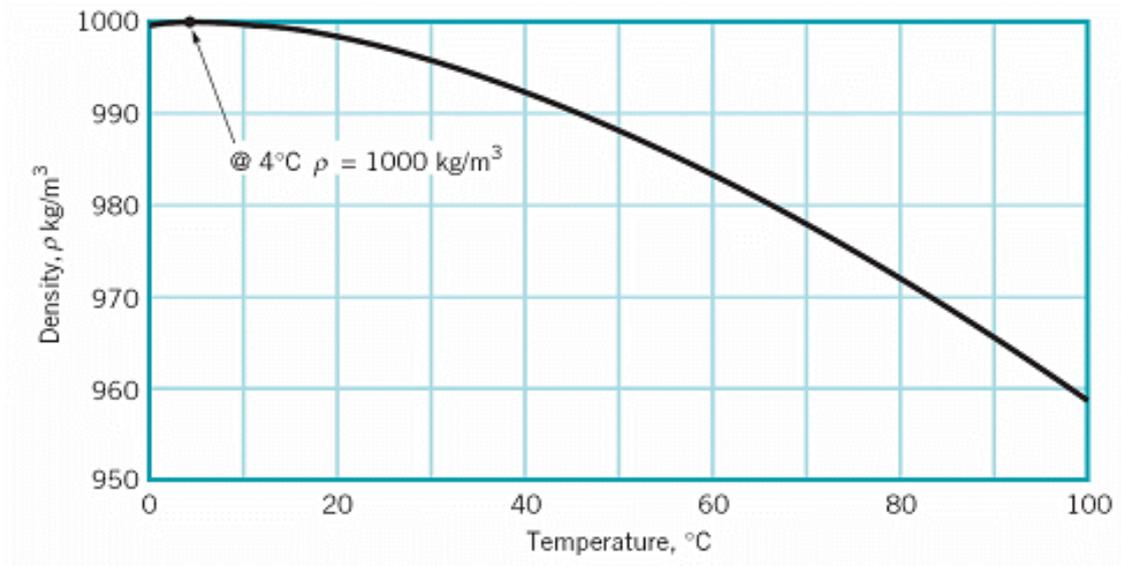


그림 1.2 온도에 따른 물의 밀도변화

# 제1장 유체의 기본성질

## 1.4.2 비중량(specific weight, $\gamma$ )

- 정의 : 단위 체적당 무게 ( $N/m^3$ )  $\rightarrow$  유체의 무게의 특성
- $\gamma = \rho g$
- $15^\circ C$ 에서의 물의 비중량 :  $\gamma_{H_2O} = 9.8 kN/m^3$

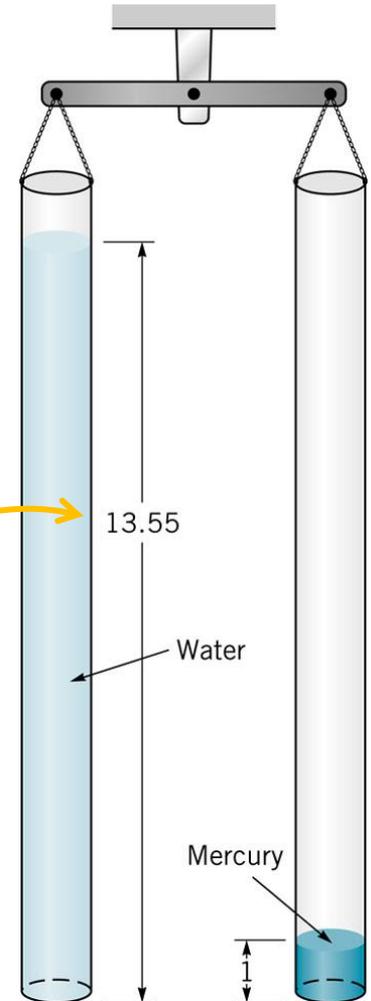
## 1.4.3 비중(specific gravity, SG)

- 정의 : 유체의 밀도와  $4^\circ C$  물의 밀도와의 비

$$SG = \frac{\rho}{\rho_{H_2O@4^\circ C}} = \frac{\rho}{1,000 kg/m^3}$$

- 예 : 수은의 비중이 13.55일 때 수은의 밀도는

$$\rho_{Hg} = (13.55)(1,000 kg/m^3) = 13.6 \times 10^3 kg/m^3$$



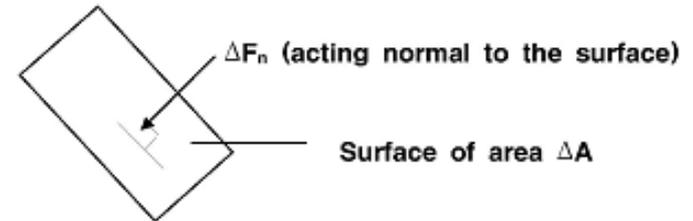
# 제1장 유체의 기본성질

## 1.5 이상기체의 법칙

- 이상기체방정식, 완전기체방정식, 이상기체의 상태방정식

$$\rho = \frac{p}{RT}$$

단, P : 절대압력, T : 절대온도, R : 기체상수



- 압력(Pressure)

- 유체의 표면에 수직으로 단위면적에 작용하는 압축력

- 단위 : 1Pascal(Pa) = 1N/m<sup>2</sup>

[참고] 1 atm(기압) = 101 kPa = 76 cmHg = 1034 cmH<sub>2</sub>O = 408 inH<sub>2</sub>O

= 760 torr = 14.7 psia = 1.01 × dyne/cm<sup>2</sup>

= 1.034 kgf/cm<sup>2</sup> = 10.34 mAq(mH<sub>2</sub>O) = 1.013bar = 0 psig

- 차원 : FL<sup>-2</sup>

# 제1장 유체의 기본성질

## ◆ 압력의 종류 :

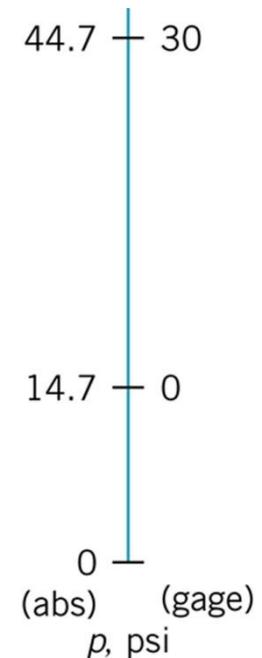
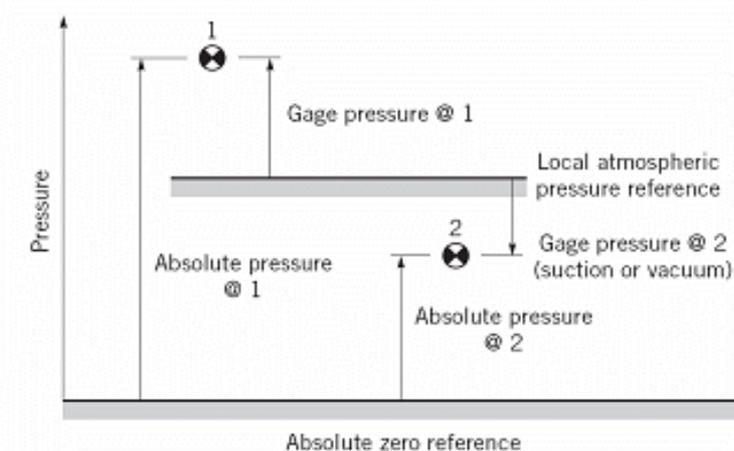
### ① 절대압력(Absolute pressure) :

- 절대 0압력(절대 진공압력)을 기준으로 측정한 압력
- 해수면 국소대기압 = 101kPa(abs)

### ② 계기압력(Gage pressure) : 국소 대기압을 기준으로 측정한 압력

- 압력계로 읽어지는 압력
- 해수면 국소대기압 = 0Pa
- 절대압력 = 계기압력 + 국소대기압

### ③ 진공압력(Vacuum pressure) : 국소대기압 이하의 압력



# 제1장 유체의 기본성질

## 예제 1.4 : 이상기체 방정식

컴프레셔 체적  $0.024\text{m}^3$ , 공기온도  $20^\circ\text{C}$  ( $293\text{K}$ ), 대기압  $101.3\text{kPa}(\text{abs})$ , 계기압력  $345\text{kPa}$ 일 때, 공기의 밀도와 무게?

$$\rho = \frac{p}{RT} = 5.3 \text{ kg/m}^3 \quad \text{단, } P : \text{절대압력, } T : \text{절대온도, } R : \text{기체상수}$$

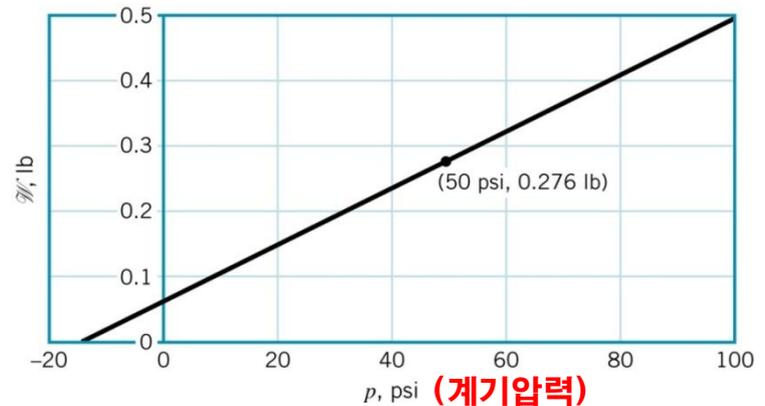
$$\bullet \text{ 공기의 무게 } W = mg = \rho g \times \text{Volume}$$

$$= 1.25\text{kg}\cdot\text{m/s}^2$$

$$= 1.25\text{N}$$

교재수정

[참고] 계기압력으로 2배가 된다고, 무게가 2배가 되지 않는다.



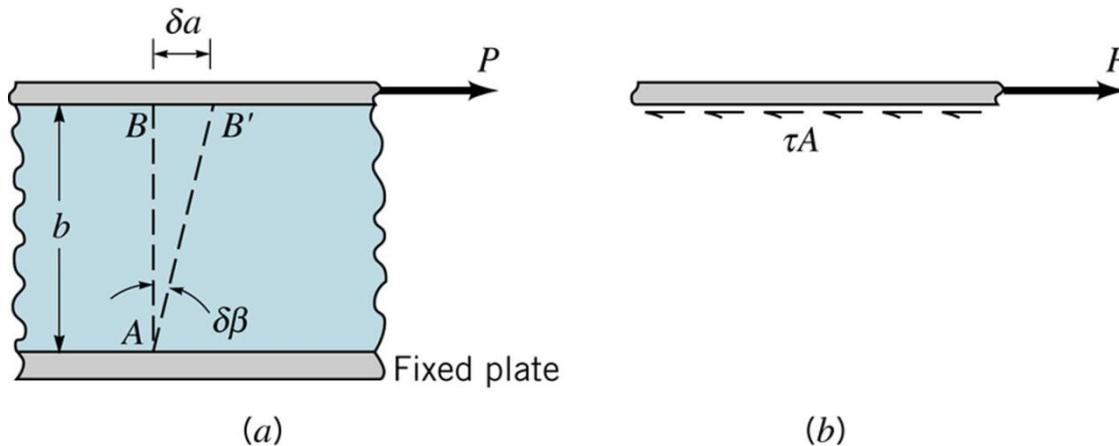
# 제1장 유체의 기본성질

## 1.6 점성계수 : Absolute Viscosity ( $\mu$ )

- (앞에서 설명한) 밀도와 비중량은 유체의 무거움의 척도이지만 비슷한 밀도를 가진 유체도 유동 양상이 전혀 다름. 따라서
- 유체의 유동성(fluidity)을 나타내는 척도 필요 → 점도
- 점도 : 유체의 움직임에 대한 저항, 운동하는 액체나 기체 내부에 나타나는 내부마찰 특성
- 점성력 : 유체의 점성 때문에 나타나는 힘

# 제1장 유체의 기본성질

## (1) 고체인 경우

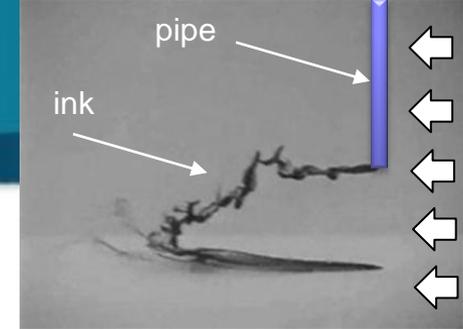


- 바닥평판 : 고정, 위 평판 : 자유롭게 이동
- 수직선 AB는 작은 각  $\delta \beta$  만큼 회전하여 AB' 으로 이동
- 평판 표면에는 전단응력  $\tau$  가 발생  $\rightarrow$  평판의 유효단면적을 A라고 하면  $P = \tau A$ 가 성립
- 따라서 재료역학에서  $\tau = G (\delta \beta)$

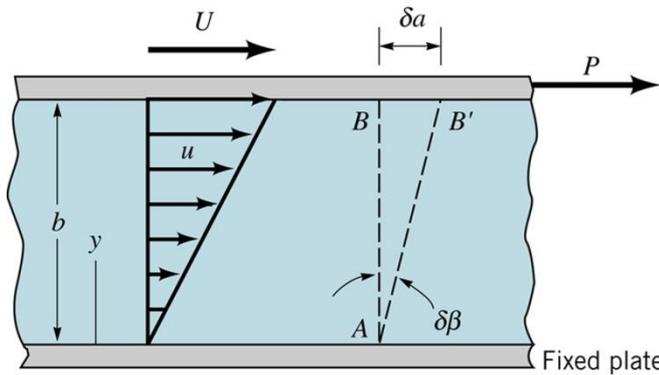
여기서, G : 전단탄성계수 (shear modulus), 횡탄성계수 또는 탄성율(modulus of rigidity)

# 제1장 유체의 기본성질

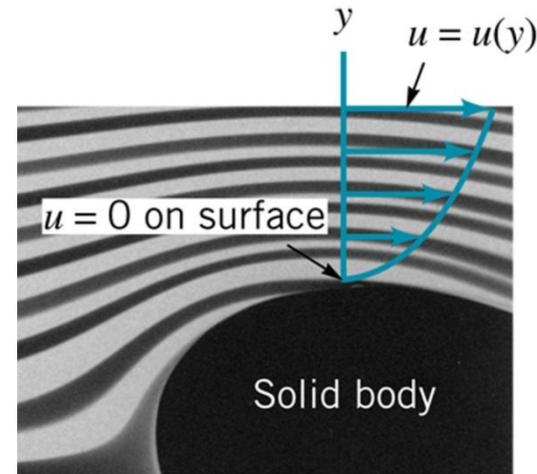
## (2) 유체인 경우



점착조건 (no slip condition)



평형 평판에서의 속도구배  $du/dy = U/b$  (선형적)



복잡한 형상에서의 속도구배  $du/dy$  는 포물선 형태

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} : \text{Newton's Law of Viscosity for Newtonian Fluids}$$

여기서,  $\mu$  : 절대점성계수, 역학적 점성계수(Absolute or dynamic viscosity)

$du/dy$  : 속도변형률 또는 전단변형률 (rate of shearing strain  $\dot{\gamma}$  )

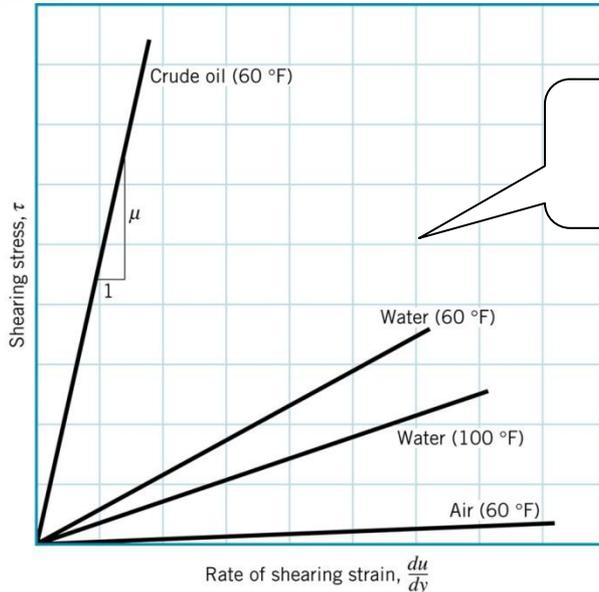
# 제1장 유체

## [참고] 전달 현상 (TRANSPORT PHENOMENA)

Type	Property
<b>Momentum</b>	<p><u>Newton's law of viscosity</u></p> $\tau = \mu \frac{du}{dy}$ $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ $[\nu] = L^2 T^{-1}$ <p>Here, <math>\tau</math>: shear stress (dyne/cm<sup>2</sup>)  <math>du/dy</math>: velocity gradient  <math>\mu</math>: absolute viscosity (poise= g/cm/s)  <math>\nu</math>: kinematic viscosity (stoke= cm<sup>2</sup>/s)</p>
<b>Energy</b>	<p><u>Fourier's law of heat conduction</u></p> $q_y = -k \frac{dT}{dy}$ $\alpha = \frac{k}{\rho c_p}$ $[\alpha] = L^2 T^{-1}$ <p>Here, <math>q_y</math>: heat flux (cal cm<sup>-2</sup>sec<sup>-1</sup>, W/m<sup>2</sup>)  <math>dT/dy</math>: temperature gradient  <math>k</math>: thermal conductivity(cal/cm/sec/K)  <math>\alpha</math>: thermal diffusivity(cm<sup>2</sup>/sec)  <math>c_p</math>: specific heat(kJ/kg/°C)</p>
<b>Mass</b>	<p><u>Fick's law of diffusion</u></p> $J = -D \frac{dn}{dy}$ $[D] = L^2 T^{-1}$ <p>Here, <math>J</math>: mass flux(g·mole/sec/cm<sup>2</sup>)  <math>dn/dy</math>: concentration gradient  <math>D</math>: Diffusion coefficient(cm<sup>2</sup>/s)</p>

# 제1장 유체의 기본성질

## ◆ 뉴턴 유체 (Newtonian fluids)



점성계수의 값은 유체의 종류에 따라 다르다.  
같은 유체라도 압력에 따라서는 변화가 적고, 온도에 따라서는 변화가 크다. (온도 ↑, 점성계수 ↓)

	$\rho$	$\mu$	$\nu$
Air	0.0012g/cm <sup>3</sup>	$1.81 \times 10^{-4}$ poise	0.15cm <sup>2</sup> /s
Water	1g/cm <sup>3</sup>	0.01poise	0.01cm <sup>2</sup> /s

• 뉴턴유체 : 전단응력( $\tau$ )이 전단변형률( $du/dy$ )에 대해 직선 관계를 나타내는 유체

• 점성계수  $\mu$

- 단위 : 1poise (p) = 1g/cm·s = 1dyne·s/cm<sup>2</sup> = 0.1Pa·s = 0.1N·s/m<sup>2</sup>

- 차원 : [ ML<sup>-1</sup>T<sup>-1</sup> ]

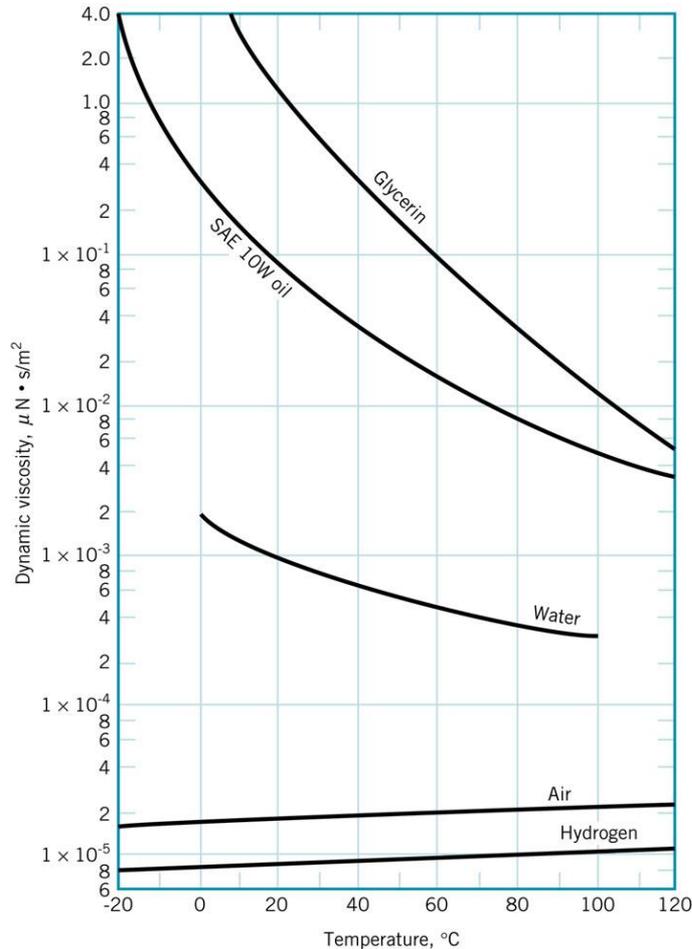
• [참고] 동점성계수 (Kinematic viscosity)  $\nu = \mu / \rho$

- 단위 : 1 stoke = 1 cm<sup>2</sup> /s

- 차원 : [ L<sup>2</sup>T<sup>-2</sup> ]

[참고] 대표적인 물성치는 책 표지 뒤의 Table 1.3과 1.4참조

# 제1장 유체의 기본성질



- 일반 유체의 온도에 따른 점성계수의 변화 -

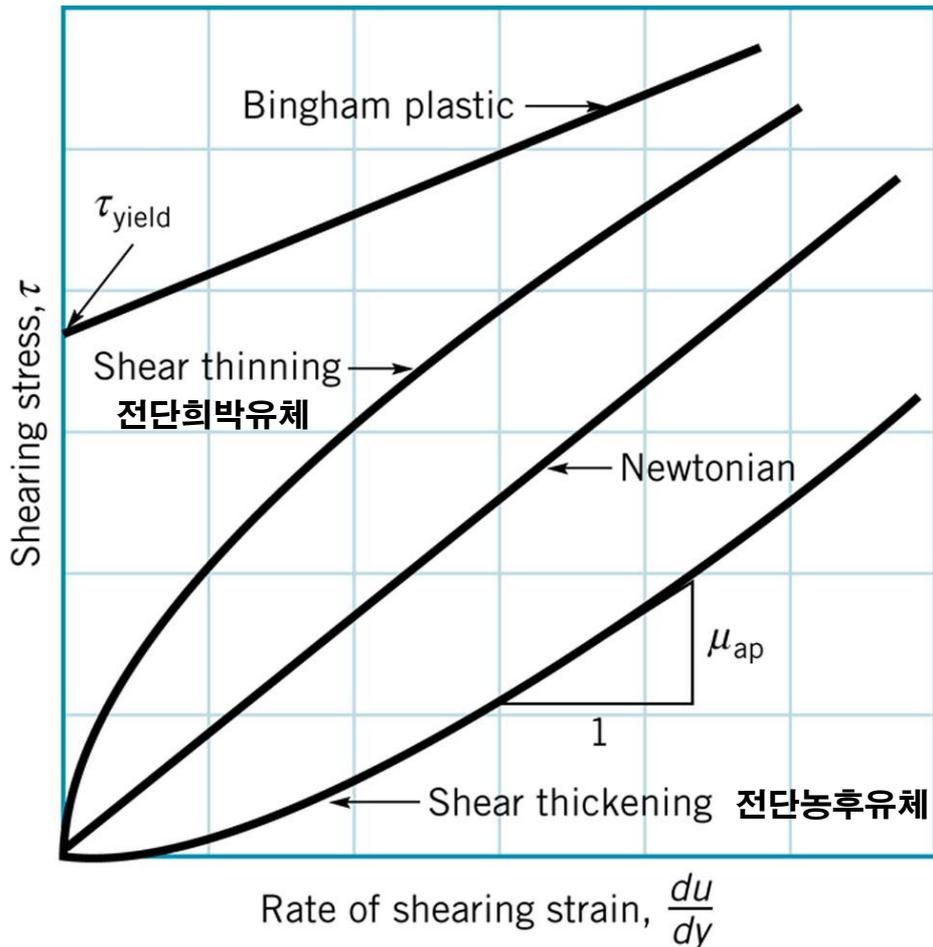
- Absolute Viscosity  $\mu = f(T)$
- 기체 : Sutherland 방정식 (식1.9)
- 액체 : Andrade 방정식 (식 1.10)

**Question : 액체는 온도가 증가함에 따라 점성계수가 감소하는데 기체는 왜 약간 증가할까?**

- 액체 : 온도 ↑, 분자 응집력 ↓ 따라서 운동에 저항하는 힘 감소
- 기체 : 분자응집력은 무시, 온도 ↑, 분자의 운동 증가 ↑

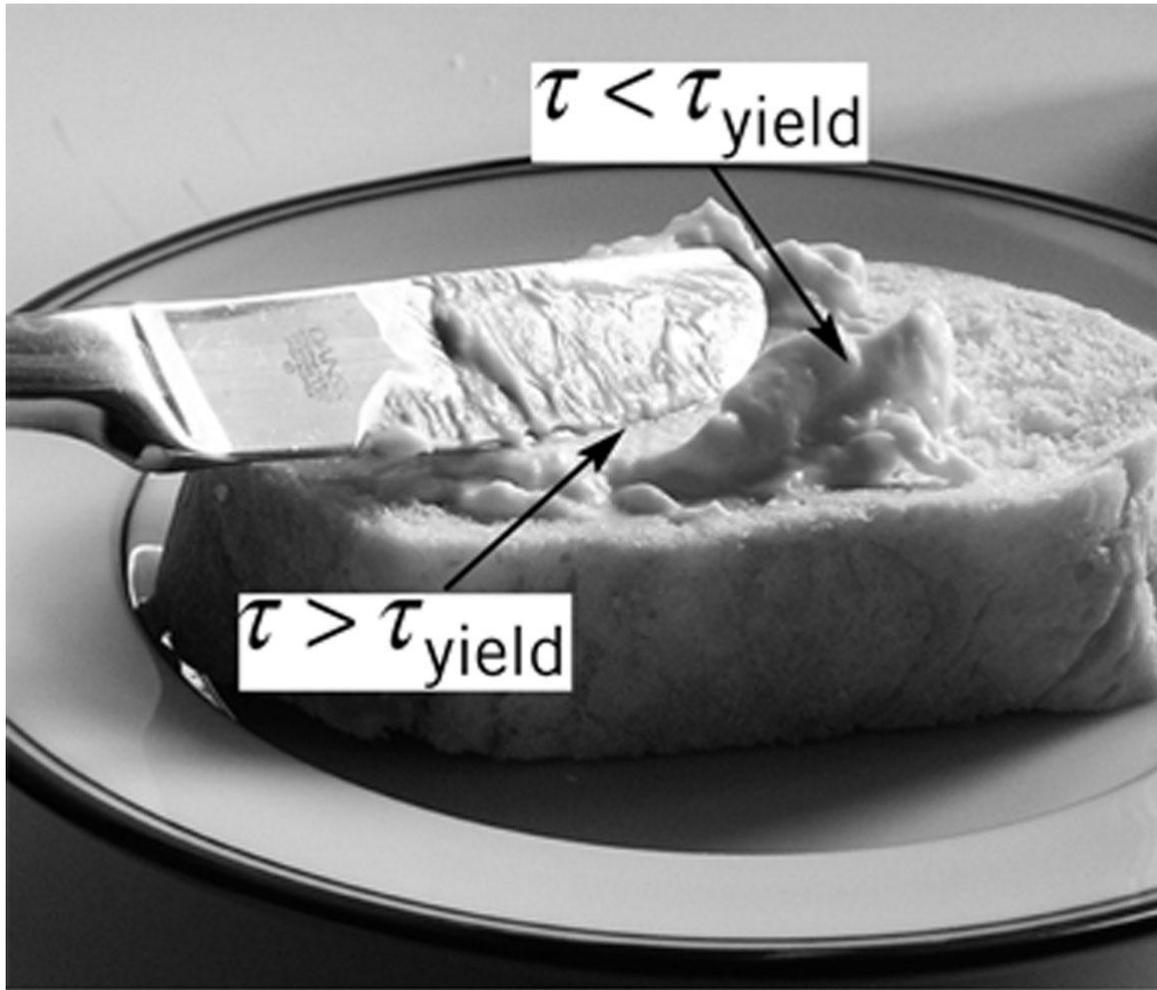
# 제1장 유체의 기본성질

## ◆ 비뉴턴 유체 (Non-newtonian fluids)



- **전단 희박유체** : 전단율이 증가할수록 겔보기 점성계수가 감소
  - 즉, 전단이 클수록 점성계수 감소
  - 콜로이드상 현탁액, 고분자 용액 등
  - 예 : 라텍스 페인트  
(붓에 묻어 있으면 안 흐르지만, 벽에 칠하면 부드럽게 칠해진다)
- **전단농후유체** : 전단이 클수록 점성계수 증가
  - 물과 녹말가루의 혼합물, 물과 모래의 혼합물 등
  - 예 : 유사를 제거하려 할 때 빨리 하려 하면 할수록 더 어려워진다.
- **빙햄유체** : 항복응력 이하에서는 움직임이 없지만, 항복응력을 초과하면 유체처럼 흐른다.
  - 치약, 마요네즈

# 제1장 유체의 기본성질

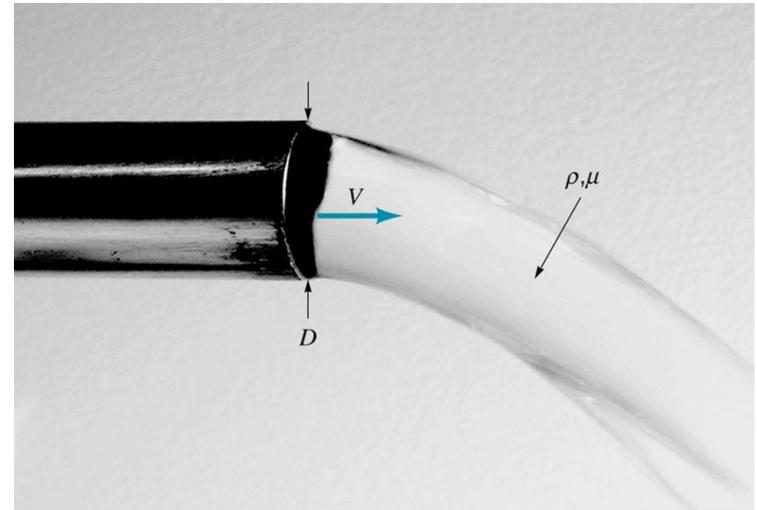


빙행 유체

# 제1장 유체의 기본성질

## 예제 1.4 : 점성계수와 무차원량

- Reynolds Number(Re) =  $\rho VD/\mu$
  - $\mu = 0.38\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ , 비중 0.91,  $D=25\text{mm}$ ,  
 $V=2.6\text{m}/\text{s}$  일 때
  - Re Number ?
- 
- $\rho = \text{SG} (\rho_{\text{H}_2\text{O}}) = 910 \text{ kg}/\text{m}^3$
  - $\text{Re} = \rho VD/\mu = 156 \text{ (kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2)/\text{N} = 156$



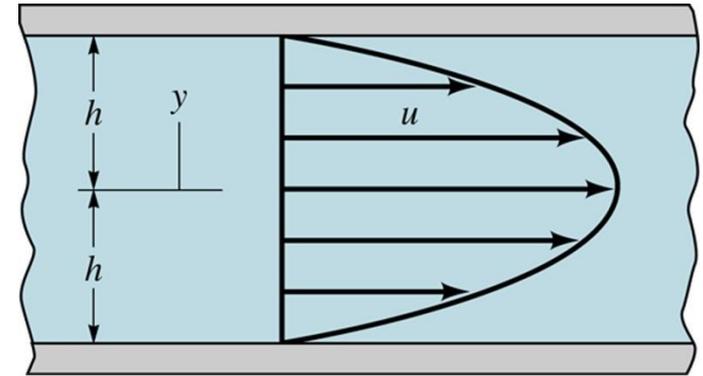
# 제1장 유체의 기본성질

## 예제 1.5 : 뉴턴 유체 전단응력

(Given) Newtonian fluid with viscosity  $\mu = 2\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ ,  
 $V = 0.6\text{m}/\text{s}$ ,  $h = 5\text{mm}$  and velocity profile is

$$u(y) = \left(\frac{3V}{2}\right)\left[1 - \left(\frac{y}{h}\right)^2\right]$$

(Find) (a)  $\tau$  at  $y = -h$  ? (b)  $\tau$  at  $y = 0$  ?



### Solution

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} = \mu \left[ -\left(\frac{3Vy}{h^2}\right) \right]$$

$$(a) \tau_{y=-h} = \frac{3\mu U}{h}$$

$$(b) \tau_{y=0} = 0$$

