2.4 동차형 미분방정식

Week7

hylee@silla.ac.kr

동차형 미분방정식

고계 미분방정식

Linear(선형)	homogeneous(동차형)
	non " (비동차형)
Nonlinear(비선형)	homogeneous(동차형)
	non " (비동차형)

* 선형미분방정식

$$a_n x_{(t)}^{(n)} + a_{n-1} x_{(t)}^{(n-1)} + \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot + a_1 x'_{(t)} + a_0 x_{(t)} = f_{(t)}$$

$f_{(t)} = 0$ (동차형)

$f_{(t)} \neq 0$ (비동차형)

* 비선형미분방정식

$$a_n [x_{(t)}^{(n)}]^3 + a_{n-1} x_{(t)}^{(n-1)} + \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot + a_1 x'_{(t)} = f_{(t)}$$

동차형 미분방정식

*. 선형미분방정식

1. homogeneous linear differential equation (동차형 선형미분방정식)

$$a_n x_{(t)}^{(n)} + a_{n-1} x_{(t)}^{(n-1)} + \cdot \cdot \cdot \cdot + a_1 x'_{(t)} + a_0 x_{(t)} = 0$$

$x_{(t)} = ce^{pt}$ 라 하면 $x_{(t)}^{(n)} = [ce^{pt}]^{(n)} = cp^n e^{pt}$

$$x_{(t)}^{(n-1)} = [ce^{pt}]^{(n-1)} = cp^{n-1} e^{pt}$$

$$x'_{(t)} = cpe^{pt}$$

$$x_{(t)} = ce^{pt}$$

그러므로 윗 식에 대입하면

$$\mathrm{H(P)} = ce^{pt}(a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot + a_1 p + a_0) = 0$$

이 식를 **특성방정식** (Characteristic equation)이라 한다

인수분해하면

$$H(P) = a_n (p - p_0)(p - p_1) \cdot \cdot \cdot (p - p_{n-1}) = 0$$

$$\therefore \quad p = p_0, p_1, p_2 \cdot \cdot \cdot \cdot p_{n-1}$$

완전미분방정식 형태로 변환 (Reduction to Exact Form)

: 완전미분방정식이 아닌 방정식에, 어떤 함수 $F(x,y)$를 곱하여
완전미분방정식을 만듬

적분인자 (Integrating Factors)

: 완전미분방정식을 만드는 함수 $F(x,y)$

■ Ex. 1 $-ydx+xdy=0$은 완전미분방정식이 아니다.

$$\because \quad M=-y, \quad N=x \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial M}{\partial y}=-1, \quad \frac{\partial N}{\partial x}=1 \quad \Rightarrow \quad \text{not exact}$$

미분방정식의 양변에 $1/x^2$(적분인자)을 곱하면 $-\dfrac{y}{x^2}dx+\dfrac{1}{x}dy=0$

$$M=-\frac{y}{x^2}, \quad N=\frac{1}{x} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial M}{\partial y}=-\frac{1}{x^2}, \quad \frac{\partial N}{\partial x}=-\frac{1}{x^2} \quad \Rightarrow \quad \text{exact}$$