1.4 단축 인장에서의 응력-변형률 선도

- 공칭 응력(Nominal Stress) : 하중을 초기 단면적으로 나누어 표현한 힘

$$S = \frac{P}{A_0} \qquad \text{—— ①}$$

- 공칭 변형률(Nominal Strain, Engineering Strain) :
  최초의 길이(l_0)를 단위 길이 당 신장량으로 표현한 값

$$e = \frac{l - l_0}{l_0} = \left(\frac{l}{l_0}\right) - 1 \qquad \text{—— ②}$$

- 진응력(True Stress) : 하중을 변형 도중 그때그때의 단면적으로 나눈 값

$$\sigma = \frac{P}{A_a} \qquad \text{—— ③}$$

- 진변형률(True-Strain) : 변형구간에서 그때의 길이(l_a)를 늘어난 길이(dl_a)로 나눈 값

① 비압축성 조건 $Al = A_0 l_0 - (*)$

② 최대 하중 상태 $\underline{dP = 0}$

$$> \epsilon = \int_0^{\epsilon} d\epsilon = \int_{l_0}^{l_a} \frac{1}{l_a} dl_a = \ln \frac{l_a}{l_0}$$: 순간적인 변형 증분량

- 진변형률과 공칭 변형률의 관계

$$\epsilon = \ln \frac{l_a}{l_0} = \ln(e+1) = e - \frac{e^2}{2!} + \frac{e^3}{3!} + \cdots \qquad \text{(by. Taylor's theorem)}$$

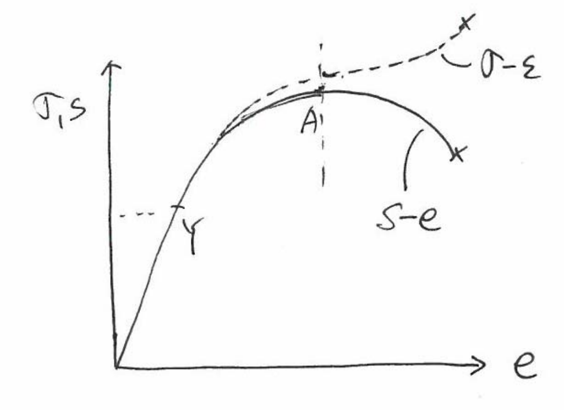
(식②에서) $\frac{l_a}{l_0} = e + 1$

※ $P = \sigma A$

$dP = d\sigma A + \sigma dA = 0 - (**)$

$(*)$로부터 $d(Al)) = 0,$

$$dAl + Adl = 0 - (***) \quad > \rightarrow \frac{d\sigma}{\sigma} = \frac{dl}{l} = d\epsilon$$



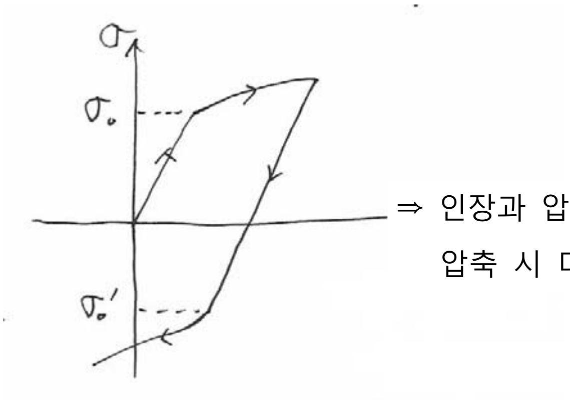
< 두 가지의 인장응력 선도>

- $Y-A$ 선도
  소성곡선(flow stress curve)

- 바우싱거 효과(Baushinger effect)
  ㄴ - 응력이 연속적으로 반전되는 소성 가공 공정에서 중요
  - annealing(풀림)으로 제거 가능 - 목적: 변형이력, 잔류응력 제거
  - 적절한 온도 가열(재결정 온도 부근, 0.5T_m) 후 서냉(로냉)

◦ Quenching (담금질)
◦ Tempering (뜨임)
ㄴ▶QT공정

◦ Annealing (풀림) 조직을 조대
◦ Normalizing 주조 제품의 조대화된 결정립의 미세화



⇒ 인장과 압축을 반복할 때 최초의 항복응력(σ_0)보다 압축 시 더 낮은 값(σ'_0)에서 항복이 일어나는 현상

- 비압축성 성질 이용

$$Al = A_0 l_0 \qquad \text{—— ④} \qquad \Rightarrow A = A_0\frac{l_0}{l} \text{ (⑤에 대입)}$$

$$\text{(하중)}P = \sigma A \qquad \text{—— ⑤}$$

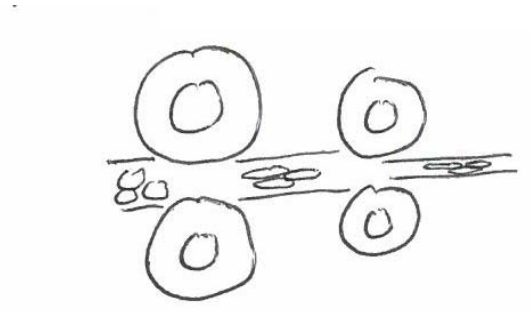
$$P = \sigma A_0 \frac{l_0}{l}$$

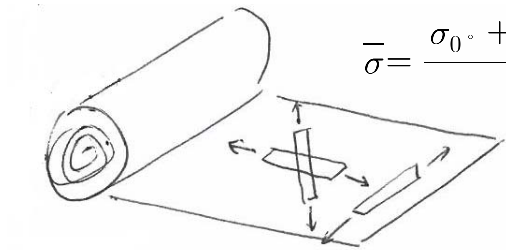
$$\therefore \sigma = \underbrace{\frac{P}{A_0}}_{(=s)} \bullet \frac{l}{l_0} = s(1+e) \qquad \left(\because e = \frac{l-l_0}{l_0} = \frac{l}{l_0} - 1\right) \qquad \text{—— ⑥}$$

최대하중에서, $dP = 0$,

＊ 이방성(Anisotropy)

- 판재의 제작과정 중 열기계적 이력에 의해서 발생

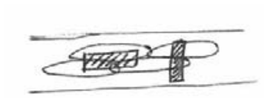




$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_{0^\circ} + \sigma_{90^\circ} + 2\sigma_{45^\circ}}{4}$$

- 평면 이방성 : 평면에서의
  이방성 특성

- 수직 이방성 : 두께 방향에서의
  이방성 특성



→ 이방성 제거를 위해서 재결정 온도 이상 가열 → 서냉

$$dP = d\sigma A + \sigma dA = 0 \qquad —— ⑦$$

비압축성 → $dV = 0$,

$$d(Al) = dAl + Adl = 0 \rightarrow A = -\frac{dA}{dl} \bullet l \qquad —— ⑧$$

⑧을 ⑦에 대입

$$-\ d\sigma\frac{dA}{dl} \bullet l + \sigma dA = 0$$

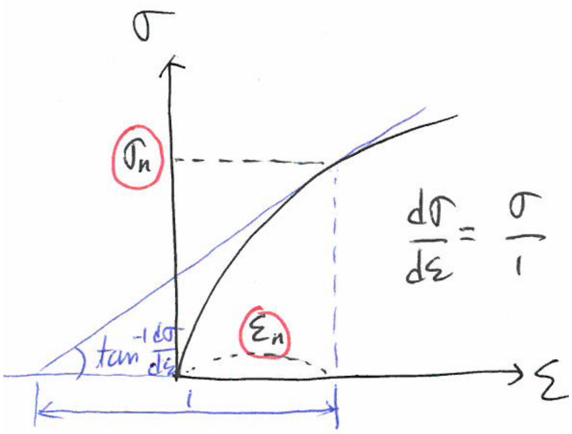
$$\sigma dA = d\sigma\frac{dA}{dl} \bullet l$$

$$\therefore\ \sigma = \frac{l}{dl}d\sigma$$

$$\therefore\ \frac{\sigma}{d\sigma} = \frac{l}{dl} \qquad\qquad \frac{\sigma}{1} = \frac{d\sigma}{d\epsilon} \qquad —— ⑨$$

$$\therefore\ \frac{d\sigma}{\sigma} = \left(\frac{dl}{l} = d\epsilon\right) \quad \rightarrow \quad d\sigma = \sigma d\epsilon$$

└ 표점거리에서 변형률 증분



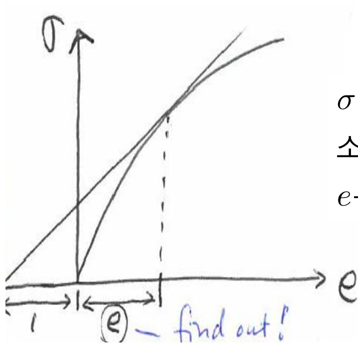
$\epsilon = \ln(1+e)$ 이므로

$$\therefore\ d\epsilon = \frac{1}{1+e}de \qquad —— ⑩$$

⑨, ⑩에서

$$\frac{d\sigma}{de} = \frac{\sigma}{1+e} = s \ \ (\leftarrow \text{ from } ⑥)$$

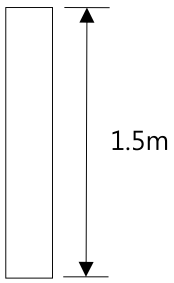
※ 소성불안정상태에서 (최대 하중점) necking 발생점 진응력과 진변형률은 접선의 정투사량이 단위길이가 되도록 작도하여 구함.



$\sigma - e$ 선도에서 소성불안정 변형률 e를 구함

＊ 대수변형률(진변형률) 사용 시 이점

① 대순변형률은 가산이 가능



└ strip

It is stretched in three steps;

i) to a length of 1.75m

ii) then to 2.0m

iii) finally to 3.0m

Sol) true strain, $\epsilon = \ln(\frac{l_0}{l})$

$$\therefore \epsilon_1 = \ln(\frac{1.75}{1.5}) = 0.1541$$
$$\epsilon_2 = \ln(\frac{2.0}{1.75}) = 0.1335$$
$$\epsilon_3 = \ln(\frac{3.0}{2.0}) = 0.4055$$

∴ The sum of three true strain is

$$\epsilon_t = 0.1541 + 0.1335 + 0.4055 = 0.6931$$

∴ Total Strain $\epsilon = \ln(\frac{3.0}{1.5}) = 0.6931$

in case of engoneering strain used,

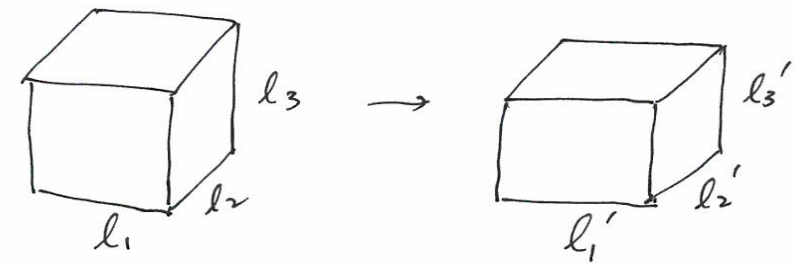
$$e = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{3 - 1.5}{1.5} = \frac{1.5}{1.5} = 1$$
$$e_1 = 0.1667, e_2 = 0.1429, e_3 = 0.5$$

$$e_t = 0.1667 + 0.1429 + 0.5 = 0.8096 \neq 1 = e$$

∴ not equal

② <u>체적(volume) 불변형</u> 법칙에 잘 맞음 (탄성변형에 의한 체적변화율 무시)

ㄴ 금속 가공에서 큰 소성변형 유발시



$$l_1 \times l_2 \times l_3 = l_1' \times l_2' \times l_3' \quad —— \quad (*)$$

- 양변을 나누면, $(\frac{l_1'}{l_1}) \times (\frac{l_2'}{l_2}) \times (\frac{l_3'}{l_3}) = 1 \quad —— \quad (**)$

- 양변에 로그를 취하면,

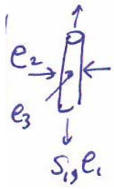
$$\ln(\frac{l_1'}{l_1} \times \frac{l_2'}{l_2} \times \frac{l_3'}{l_3}) = 0$$

$$\Rightarrow \quad \ln(\frac{l_1'}{l_1}) + \ln(\frac{l_2'}{l_2}) + \ln(\frac{l_3'}{l_3}) = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 = 0$$

(cf). $(1+e_1)(1+e_2)(1+e_3) = 1$: 복잡하고 맞지 않음

∗ Poisson ratio

$$\nu = \left|\frac{e_2}{e_1}\right| = \left|\frac{e_3}{e_1}\right|$$



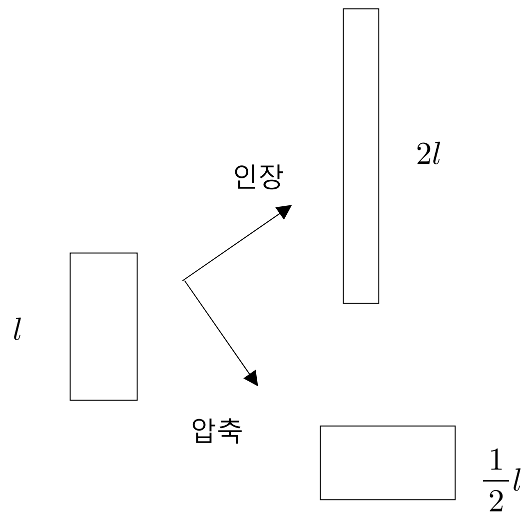
if, $\nu = 0.5$

$$\begin{cases} |e_2| = 0.5e_1 \\ |e_3| = 0.5e_1 \end{cases}$$

→ 체적불변형,

$$e_1 + e_2 + e_3 = 0$$
$$e_1 - 0.5e_1 - 0.5e_1 = 0$$

③ 인장과 압축의 경우 대수변형률 사용이 합리적이다.



$$e_1 = \frac{2l - l}{l} = 1$$

$$\epsilon_1 = \ln(\frac{2l}{l}) = \ln 2 = \underline{0.693}$$

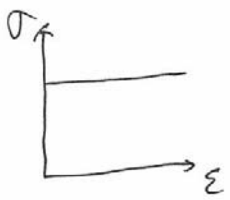
$$e_2 = \frac{\frac{1}{2}l - l}{l} = -\frac{1}{2} = -0.5$$

$$\epsilon_2 = \ln(\frac{\frac{1}{2}l}{l}) = \ln(\frac{1}{2}) = \underline{-0.693}$$

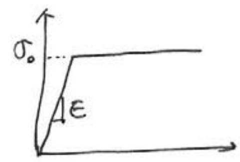
$$\therefore e_1 \neq \epsilon_1, \quad \epsilon_1 = -\epsilon_2$$

1.5 응력-변형률 선도의 단순화

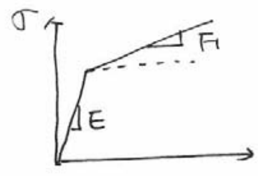
- 이론 해석을 위하여 인장응력-변형률 선도를 몇 가지로 단순화하여 사용



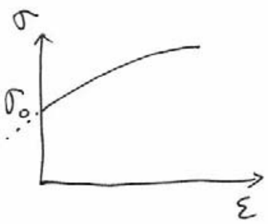
강-완전소성 모델
rigid-perfectly plastic



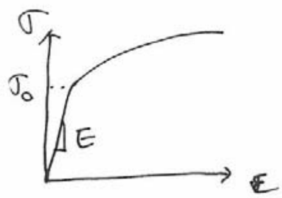
탄-완전소성 모델
elastic-perfectly pastic



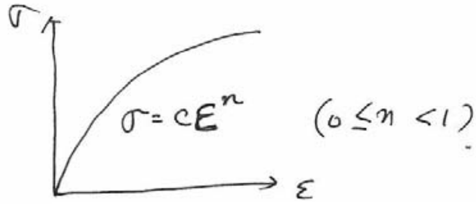
탄-선형경화소성 모델
elastic-linear strain hardening



강-가공경화소성 모델
rigid-strain hardening

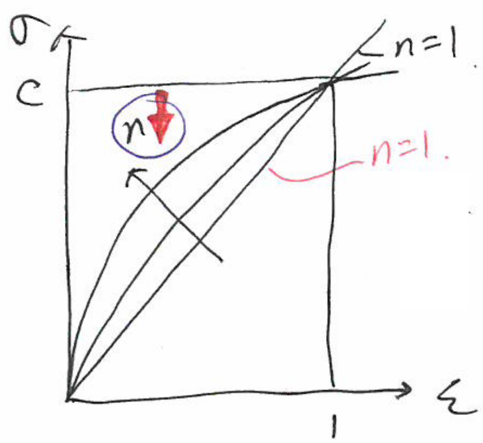


탄-가공경화소성 모델
elastic-strain hardening



<u>n승 경화소성 모델</u>
n-power hardening plastic model
C : Strength(plastic) Coefficient
n : Strain hardening exponent

※ Strain이 <u>0.1 이상의 대변형</u>에서는,
일반적으로 탄성영역을 무시함.



$$\begin{pmatrix} n = 1 : \text{탄성} \\ n = 0 : \text{완전소성} \end{pmatrix}$$

(cf). n: 0.2 ~ 0.25 : 연강
0.3 ~ 0.35 : 구리(동)
0.2 ~ 0.22 : 알루미늄

※ 이 밖의 수식 표현

① Ludwick 식

- 강소성재

$$\sigma = Y + c' + \epsilon^{n'}$$

- 탄소성재

$$\begin{cases} \sigma = Y + \alpha(\epsilon - \epsilon_y)^{\beta}, & (\epsilon \ge \epsilon_y,\ \epsilon_y = Y/E),\ (0 \le \beta \le 1) \\ \sigma = E\epsilon & (0 \le \epsilon < \epsilon_y) \end{cases}$$

(여기서 $Y = \sigma_0$ (초기 항복응력), $E = young$률, α, β는 재료 특성치)

- $Y = 0$으로 두면, Swift 식이라 하며 강소성 조사에 이용

② Ramberg - Osgood 식

$$\epsilon = (\sigma/E) + k(\sigma/E)^{\gamma}, \quad k = 3(Y/E)^{4-\gamma}/7$$

; 강소성 근사식이며, γ는 재료의 고유한 정수

※ 응력 - 변형률 선도에 영향을 주는 인자

① 온도의 영향

- 온도↑ ⇒ 항복응력, E값 ↓
- 변형률 속도($\dot{\epsilon}$)에 민감하게 반응 (그림 1.11 참조)

실온에서 변형률속도가 $2 \times 10^{-3}/\sec$ 정도 일 때는 속도에 거의 무관하다

$$\sigma = K\epsilon^{n}\dot{\epsilon}^{m}$$ ($\dot{\epsilon}$ = 변형률속도 : 일정 온도에서)

여기서 m : 변형률속도 민감성 지수(Strain-rate sensitivity exponent)

- m↑ ⇒ necking 발생 억제 : Super-plastic forming

인장에서 큰 변형 가능

이러한 소재를 <u>Super-plastic material</u> (초소성 재료)

ex) Z_n-22% 합금(200 $^{\circ}C$에서 초소성)

일반적 탄성, 소성 변형 → 시간 비의존성

② 시간의 조성(time - dependent deformation) - 점성(viscosity)

ㄴ 일정하중 조건에서 시간이 지남에 따라 변형이 발생하는 성질

일반적인 경우 → 시간 비의존성을 가짐

(time-independency)

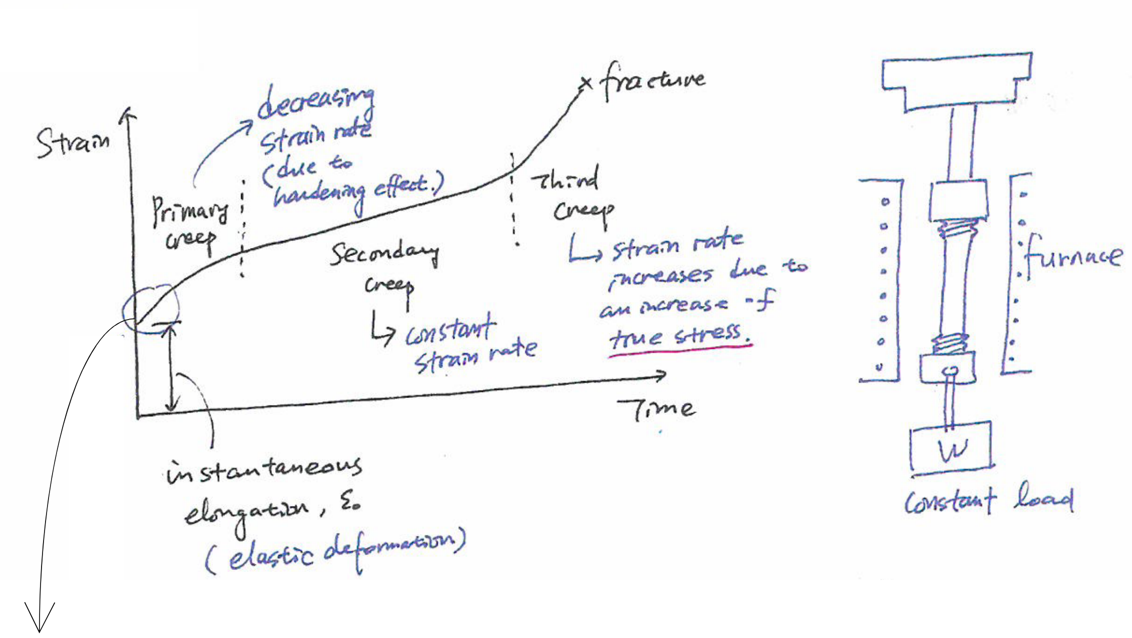
- 하중을 급격하게 가하는 경우 → 탄성체와 같이 변형 응답

ㄴ 천천히 가하든지, 일정하중으로 장시간 작용 → 점탄성(viscoelasticity)

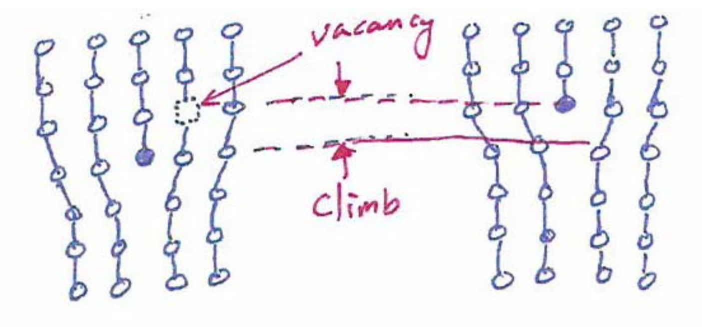
할 때 변형이 발생하면 성질이 나타남

(cf). creep

⁎ Creep



- "dislocation climb" mechanism ← therally activated atom mobility



- the second stage

  ease to slip due to high-temperature mobility is balanced by increasing resistance to slip due to the buildup of dislocations and other microstructural barriers.