
● ● ● ●

교과목명: 인문사회수학

교재명: 경영수학의 이론과 실제

소속: 원광대학교 경영학부

담당교수: 정호일

제 2 장 집합과 명제의 이해

- 제1절 집합의 정의
- 제2절 집합의 표현
- 제3절 집합의 연산
- 제4절 명제와 집합

제1절 집합(Set)의 정의

1. 집합의 정의

- 명확히 정의된 개체 또는 항목의 모임을 말한다.
 - **A collection of distinct objects**
 - 범위(어떠한 조건=정의)가 확정된 것의 모임
 - 일종의 정의라고 할 수 있으며 그 정의에 대한 실제적이고 실용적인 접근 방법

2. 집합의 용도

- 집합은 연산의 대상을 한정하여 표현해줌
- 논리의 기본이 됨
 - 자연수의 집합, 정수의 집합, 유리수의 집합, 실수의 집합 등으로 수의 체계를 계층화
 - 각 수의 집합의 특성을 분류하는 수론에 대한 기본적인 지식.
 - 즉, 수에 대한 정의를 하고 성격을 규정

제2절 집합의 표현

1. 집합의 종류

- 원소(**Element**): 집합을 구성하고 있는 각 개체
- 유한집합(**Finite Set**): 원소의 수가 유한할 경우의 집합
- 무한집합(**Infinite Set**): 원소의 수가 무한할 경우의 집합
- 공집합(**Empty Set**): 구성요소가 전혀 없는 집합 $\{ \}$ or \emptyset

2. 집합의 표현과 관계

- 원소나열법(**Enumeration**): 원소들을 직접 나열하는 방식
 - 예: $\{1, 2, 3\}$ $\{\text{흰색}, \text{검은색}\}$ $\{1, 2, 3, \dots, 100\}$
- 조건제시법(**Description**): 원소들의 논리적 관계를 기술
 - $\{x \mid x \text{는 } 1 \text{부터 } 10 \text{까지의 자연수}\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
- $\{ (\text{원소}) \mid (\text{원소의 조건}) \}$ 여기에서 앞의 원소 부분에 변수가 한 개만 있을 필요는 없다. 예를 들어, 다음의 설명 방식도 가능하다.
 - $\{x+y \mid x \text{는 } 1 \text{ 또는 } 2, y \text{는 } 3 \text{ 또는 } 4\} = \{4, 5, 6\}$
 - $\{(x,y) \mid x \in \{1,2\}, y \in \{1,2\}\} = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2)\}$

제2절 집합의 표현

3. 집합과 원소의 관계 표현

- $a \in A$: a is an element of A
- $a \notin A$: a is not an element of A
 - 예) 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 라고 할 때 $3 \in A$, $5 \notin A$
- $A \subset B$: A is a subset of B. = A is contained in B = B includes A.
 - 집합 A의 모든 원소가 다른 집합 B의 원소가 될 때 A는 B에 포함된다, 또는 B는 A를 포함한다라고 한다. A는 B의 **부분집합(subset)**
 - 예) 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 이고, 집합 $B = \{1, 2, 3, 5, 7\}$ 일 때, A는 B에 포함되고, B는 A를 포함한다. $A \subset B$
- $A = B$: A가 B의 부분집합이면서, 동시에 B가 A의 부분집합이면 두 집합은 같은 집합이다.
- $A \subset B$ 이고 $A \neq B$ A는 B의 **진부분집합(proper set)**

제2절 집합의 표현

4. 부분집합의 성질

- 공집합은 임의의 집합의 부분집합 $\emptyset \subset A$ 이다.
- $A \subset A$
- $A \subset B$ 이고 $B \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이다.
- $A = \{0, 1, 2\}$ 에 대하여 옳지 않은 것은?
① $0 \in A$ ② $\emptyset \subset A$ ③ $\{0, 1\} \subset A$ ④ $\{-1, 0\} \not\subset A$
⑤ $\{0\} \in A$

5. 부분집합의 개수

- 집합 A 의 원소의 개수가 n 개 일 때 집합 A 의 부분집합의 개수는 2^n 개이다.
- 각 원소가 부분집합에 포함될 경우와 그렇지 않을 두가지의 경우의 수를 가지므로

제3절 집합의 연산

6. 집합의 연산법칙

전체집합 U 의 부분집합인 임의의 집합 A 와 B 에 대하여

- **교집합(intersection set)**

$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ and } x \in B\}$ 만일 $A \cap B = \emptyset$ 이면
집합 A 와 B 는 서로 분리되어 있다고 정의(서로소)한다.

- **합집합(union set)**

임의의 집합 A 와 B 중 적어도 하나에 속한 원소들의 집합

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ or } x \in B\}$$

- **여집합(complement set)**

전체집합을 U 라고 할때 집합 A 에 속하지 않는 집합

$$A^c = \{x \mid x \in U, x \notin A\}$$

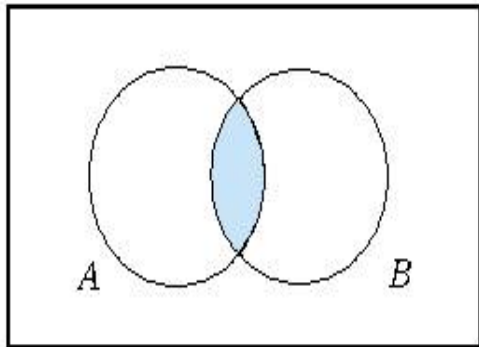
- **차집합(relative complement set) = 상대적 여집합**
 A 에는 속하지만 B 에는 속하지 않는 원소들의 집합

- $A - B = \{x \mid x \in A, x \notin B\}$ (**A difference B**) = $A \cap B^c$

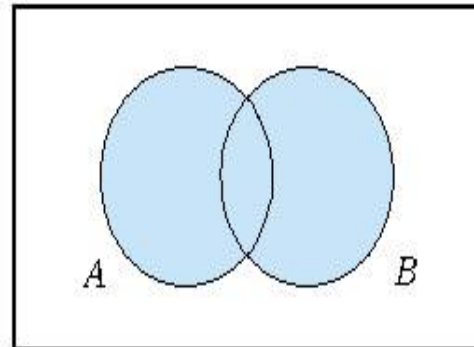
제3절 집합의 연산

그림 2-1

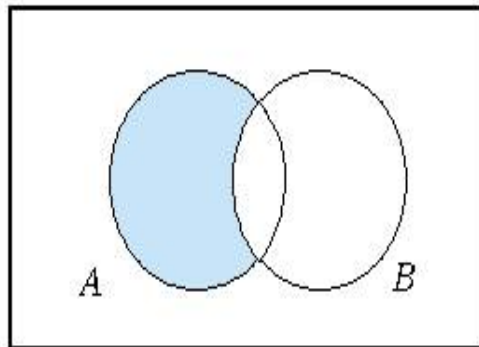
교집합, 합집합,
차집합, 여집합의
도시



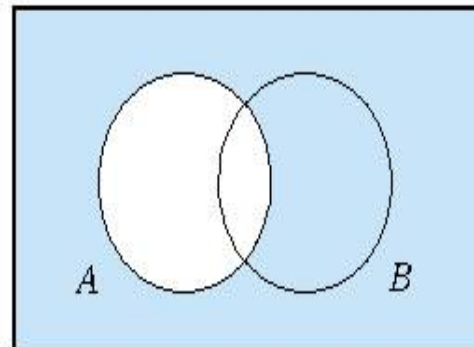
$$A \cap B$$



$$A \cup B$$



$$A - B$$



$$A^c$$

제3절 집합의 연산

6. 집합의 연산법칙

전체집합 U 의 부분집합인 집합 A, B, C 에 대하여

- $A \cap \emptyset = \emptyset \cap A = \emptyset$
- $A \cup \emptyset = \emptyset \cup A = A$
- $A \cup A^c = U, \quad A \cap A^c = \emptyset$
- $(A^c)^c = A, \quad \emptyset^c = U, \quad U^c = \emptyset$
- **교환법칙(commutative law)**
 $A \cap B = B \cap A$
 $A \cup B = B \cup A$
- **결합법칙(associative law)**
 $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$, 그리고
 $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
- **분배법칙(distributive law)**
 $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
 $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

제3절 집합의 연산

6. 집합의 연산법칙

전체집합 U 의 부분집합인 집합 A, B, C 에 대하여

- 흡수법칙

$$A \cup (A \cap B) = A$$

$$A \cap (A \cup B) = A$$

- 드 모르간의 법칙

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

$$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$$

$$(A \cup B \cup C)^c = A^c \cap B^c \cap C^c$$

$$(A \cap B \cap C)^c = A^c \cup B^c \cup C^c$$

$$A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$$

$$A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$$

제3절 집합의 연산

7. 집합의 기수

집합이 가진 원소의 수를 집합의 기수(혹은 크기)라고 한다.
즉, 집합 $\{2, 4, 6, 8\}$ 의 기수는 4이다.

8. 유한집합의 기수법칙

유한집합 A 의 원의 개수를 $n(A)$ 으로 나타내기로 하면

1) $n(A^c) = n(U) - n(A)$ 단, U 는 전체집합, $A \subset U$

2) $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

3) $n(A \cup B \cup C)$

$$= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

제4절 집합과 명제

1. 명제

- 명제란 객관적으로 참과 거짓을 판명할 수 있는 문장 이나 식
 - 4는 2의 배수이다. ()
 - 철수는 잘 생겼다. ()

2. 조건명제

- 집합 U 를 정의역으로 하고, 변수 x 를 포함하는 문장이나 식으로서 U 에 속하는 각 원을 x 에 대입하면 명제가 되는 것을 집합 U 에서의 조건 또는 조건명제라고 한다.
- 일반적으로 $p(x), q(x), \dots$ 등으로 나타냄.
 - $P(x)$: $X > 7$ 인 자연수
 - if $P(x)=8$ then true
 - If $p(x)=1$ then false

제4절 집합과 명제

3. 조건명제의 합성과 진리집합

전체집합 U 에서의 조건명제 $p(x)$, $q(x)$ 의 진리집합을 각각 P , Q 라고 하면

- ① $p(x) \vee q(x)$ 의 진리집합 $P \cup Q$
- ② $p(x) \wedge q(x)$ 의 진리집합 $P \cap Q$
- ③ $\sim p(x)$ 의 진리집합 P^c
- ④ $p(x) \rightarrow q(x)$ 의 진리집합 $P^c \cup Q$
- ⑤ $p(x) \leftrightarrow q(x)$ 의 진리집합 $(P^c \cup Q) \cap (Q^c \cup P)$

(예제) 전체집합 $U=\{1,2,3,\dots,12\}$ 인 조건명제 $p(x)$, $q(x)$ 가 다음과 같다. $p(x)$: x 는 2의 배수 $q(x)$: x 는 3의 배수
이때 조건명제의 진리집합을 구하라.

1) $p(x) \vee q(x) = P \cup Q = \{2,3,4,6,8,9,10,12\}$

2) $p(x) \wedge q(x) = P \cap Q = \{6,12\}$

3) $\sim p(x) = P^c = \{1,3,5,7,9,11\}$

4) $p(x) \rightarrow q(x) = P^c \cup Q = \{1,3,5,6,7,9,11,12\}$

5) $p(x) \leftrightarrow q(x) = \{1,5,6,7,11,12\}$

6) $p(x) \wedge \sim q(x) = \{2,4,8,10\}$

7) $\sim p(x) \rightarrow q(x) = \{2,3,4,6,8,9,10,12\}$

제4절 집합과 명제

1. 필요, 충분, 필요충분조건

■ 명제 $p(x) \rightarrow q(x)$ 가 참일 때 곧 $p(x) \Rightarrow q(x)$ 일 때
 $p(x)$ 는 $q(x)$ 이기 위한 충분조건
 $q(x)$ 는 $p(x)$ 이기 위한 필요조건

■ 명제 $p(x) \leftrightarrow q(x)$ 가 참일 때 곧 $p(x) \Leftrightarrow q(x)$ 일 때
 $p(x)$ 는 $q(x)$ 이기 위한 필요충분조건(동치)
 $q(x)$ 는 $p(x)$ 이기 위한 필요충분조건(동치)

2. 필요, 충분, 필요충분조건과 진리집합의 포함관계

전체집합 U 에서 조건명제 $p(x), q(x)$ 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하면 $p(x) \Rightarrow q(x)$ 일 때

$P \subset Q \Leftrightarrow p(x)$ 는 $q(x)$ 이기 위한 충분조건
 $q(x)$ 는 $p(x)$ 이기 위한 필요조건

$P = Q \Leftrightarrow p(x)$ 와 $q(x)$ 는 서로 필요충분조건

(예제) x 가 실수일 때 다음 두 집합의 관계를 밝혀라.

1) $x^2 \leq 1$ 은 $x^2 - 6 < x$ 이기 위한 무슨 조건인가?

2) $x^2 - 4x < 0$ 은 $x^2 - 4x + 3 < 0$ 이기 위한 무슨 조건인가?

3) $1 < x < 2$ 는 $x^2 - 3x + 2 < 0$ 이기 위한 무슨 조건인가?