

경영통계

원광대학교 경영학부

담당교수: 정호일

제9장 통계적 추정:한 모집단

- 점추정과 구간추정
- 추정량의 결정기준
- 구간추정
- 모평균의 신뢰구간
- 모비율의 신뢰구간
- 표본크기의 결정
- 모분산의 신뢰구간

VI. 표본크기의 결정

- 모평균을 추정할 경우(모표준편차를 아는 경우)

$$n = \left(\frac{Z_{\frac{\alpha}{2}} \sigma}{e} \right)^2 \quad \text{여기서} \quad e = Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

- 모평균을 추정할 경우(모표준편차를 모르는 경우)

$$n = \frac{\left(t_{n-1, \frac{\alpha}{2}} \right)^2 S^2}{e^2} = \left(\frac{(t_{n-1, \frac{\alpha}{2}}) S}{e} \right)^2 \quad \text{여기서 } e = \text{표본오차}$$

VII. 모비율의 신뢰구간

표본비율의 표본분포

평균 : $E(\hat{p}) = p$

표준편차 : $\sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$

P에 대한 $100(1-\alpha)\%$ 신뢰구간

$$P\left(\hat{p} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \leq p \leq \hat{p} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right) = 1 - \alpha$$

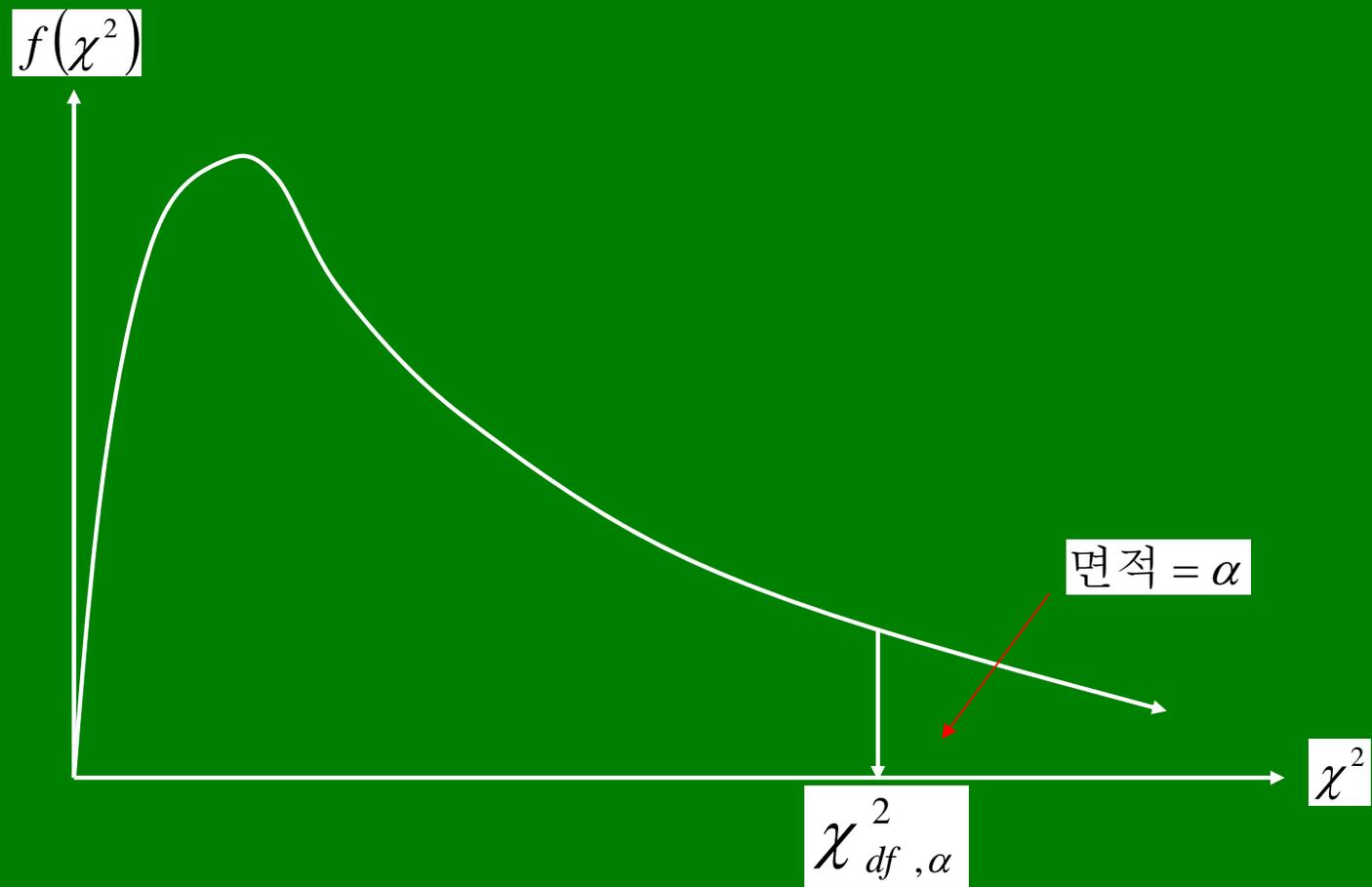
VIII. 모분산의 신뢰구간

평균 μ , 분산 σ^2 인 정규분포를 따르는 모집단으로부터 크기 n 의 표본을 무작위로 반복하여 추출하고 각 표본에 대해 분산 S^2 을 계산하였을 때 확률변수 χ^2 은

$$\chi_{n-1}^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$$

으로 자유도 $(n-1)$ 인 χ^2 -분포를 따른다.

χ^2 의 값



• 모분산의 신뢰구간 $100(1-\alpha)\%$

$P(a < S^2 < b) = 1 - \alpha$ S^2 은 χ^2 분포를 따르기 때문에

각 표본분산을 $\chi^2 (= \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2})$ 값으로 변환시키면

$$P[(n-1)a < (n-1)S^2 < (n-1)b] = 1 - \alpha$$

$$P\left[\frac{(n-1)a}{\sigma^2} < \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} < \frac{(n-1)b}{\sigma^2}\right] = 1 - \alpha \dots 1)$$

$P[\chi_{(1-\alpha)/2}^2 < \chi^2 < \chi_{\alpha/2}^2] = 1 - \alpha$ 이므로 1)로부터 모분산 (σ^2)에 대하여 정리하면

$$P\left(\frac{(n-1)s^2}{\chi_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}^2} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)s^2}{\chi_{n-1, \frac{\alpha}{2}}^2}\right) = 1 - \alpha$$

1. 캔에 커피를 넣는 기계가 평균분산을 넘을 경우에는 기계에 대한 조정을 해야 한다. 아홉개의 캔을 표본으로 추출하여 무게를 측정한 결과 $S^2=0.7875$ 을 구하였다. 모분산 σ^2 에 대한 95%신뢰구간을 구하라.

(풀이)

$$\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1, \frac{\alpha}{2}}}$$

$$\chi^2_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}} = \chi^2_{9-1, 1-\frac{0.05}{2}} = \chi^2_{8, 0.975} = 2.180$$

$$\chi^2_{n-1, \frac{\alpha}{2}} = \chi^2_{9-1, \frac{0.05}{2}} = \chi^2_{8, 0.025} = 17.535$$

$$\therefore \text{신뢰하한} \quad : \frac{8(0.7875)}{17.535} = 0.3593$$

$$\text{신뢰상한} \quad : \frac{8(0.7875)}{2.180} = 2.8899$$