

교수학적 변환론

교수학적 변환론의 이해

- ◎ 교수학적 변환론 : 쉘발라드에 의해 주장된 이론으로, '학문적 지식'이 '교수학적 지식'으로 변환되기 위해 겪는 일련의 과정.
- ◎ 학문적 지식 : 전문 수학자가 연구 대상으로 삼는 '학문수학'을 의미.
- ◎ 교수학적 지식(가르칠 지식, 학습된 지식) : 학교에서 교사와 학생이 교수·학습의 대상으로 삼는 '학교수학'을 의미.
 - 학문적 지식 : 교육 내용으로 재구성되기 이전의 지식
 - 가르칠 지식 : 교육 내용으로 선정되어 재조직된 지식
 - 학습된 지식 : 교육이 이루어진 후에 학습자에게 구성되어 있는 지식

◎ 교수학적 변환론의 문제의식

- 교수체계는 '교사'와 '학생'이라는 이원적 관계가 아니라 '지식'을 포함한 삼원적 관계.
- 지식은 주의 깊게 다루지 않으면 본래의 의미가 손상되기 쉽다는 지식의 파손성.

2. 교수학적 변환의 예

◎ 평행인 두 직선에서 동위각의 크기가 같다'는 어떻게 증명해야 할까?

유클리드「원론」의 제5공준(평행선 공준) 필요. 그러나 중학교 학생들에게 '공준'의 의미를 설명하는 것은 학생들의 인지 수준에 적합하지 않음. →그림 6-3-3과 같이 삼각자라는 구체물을 이용하여 학생들의 직관에 의존하여 설명.

* 지식의 변형과정 — 브루소우(Brousseau)

◆ 개인화/배경화

- 개인화/배경화 : 수학 지식에 대한 최초의 사고자는 그 자신의 특정한 배경 속에서 개인적인 방법으로 지식을 이해한다. (맥락과 의미 강조됨)

즉, 개인에게 의미 있는 지식이 형성되는 과정으로서 지식을 인지하고 조직하는 개인적 방법과 관련된 것.

예) 명제의 배경화

수학 용어의 배경화

* 지식의 변형과정 — 브루소우(Brousseau)

◆ 탈개인화/탈배경화

- 탈개인화/탈배경화 : 지식이 표현되고 전달되기 위해서는 조직적인 형태를 갖추어야 함. 특정 수학 지식에 대한 최초의 사고자는 자신이 그 지식을 이해하는데 기여한 개인적 사고 과정이나 배경을 숨기면서, 자신이 인식한 지식을 형식적으로 표현하는 과정.
- 개인화/배경화된 지식으로부터 수학적 지식에서 여러 가지 맥락과 개인적 의미를 제거하고 형식적인 수학적 지식으로 이해하는 것
예) '명제의 역'이라는 수학적 지식을 이해함.

*교수학적 변환의 핵심문제

- ◆ '교실에서 수학 지식을 의미 있게 학습하기 위해서 학문적 지식을 어떻게 변형시키는가'임.
- 이러한 노력에 있어서 어려움은 학생의 개인화/배경화와 탈개인화/탈배경화의 과정을 어떻게 균형 있게 조화시켜 나가는가에 달려있음.

브루소우- 개인화/배경화, 탈개인화/탈배경화의 간과 또는 강조로 인한 교수학적 현상에 대해 논의
(극단적인 교수학적 현상)

* 극단적인 교수 현상

메타 인지 이동: 배경화/개인화 강조

- 교수학적 보조 수단에서 학생들의 사고가 집중되는 현상(예: 수학용어의 배경화 강조시 나타날 수 있음)
- 진정한 수학적 지식을 가르치기 어려운 경우 교수학적 고안물이나 발견적 수단 자체를 지도의 목적으로 삼게 되는데 이 때, 교사의 교수학적 노력의 초점이 수학적 지식으로부터 그가 고안한 교수학적 수단으로 이동하는 현상이다.
ex) 어떤 교사가 함수의 그래프를 지도하기 위해 교수학적 보조 수단으로서 '그래프 계산기'를 도입한 경우 학생들이 학습해야 할 수학 지식인 함수의 그래프보다 계산기를 조작하여 신기한 결과를 얻는 데에만 집중하는 것.

* 극단적인 교수 현상

형식적 고착: 배경화/개인화 간과

- 공식화된 지식의 논리적 표현에만 의존하는 교수 현상으로서, 수학적 지식의 형식적 형식만을 연습시키는 것을 말함.
- 일반화된 공식을 제시하고 그 공식의 의미보다는 학생들이 공식을 익숙하게 사용할 수 있도록 연습시키는 과정에 주목하는 현상을 의미한다.
- '메타인지적 이동'과 반대로 지식의 전달에서 개인화, 문맥화의 중요성을 과소평가하여 이를 간과하고 논리적·형식적으로 표현된 수학적 지식을 곧바로 제시하는 현상이다.

* 극단적인 교수 현상(형식적 고착)

- 주로, 입시 위주 수업이나 단순 암기 위주 수업을 결과로 나타날 가능성이 크다.

ex) 교사가 수업에서 사다리꼴의 넓이 내는 공식을 유도하는 과정과 그 공식의 의미를 무시하고 그 공식을 암기해서 단순한 문제에 적용할 것만을 강조하는 경우

- 장점 : 학생들의 탈개인화/탈배경화 과정에서 생기는 어려움을 덜어 줄 수 있다.
- 단점 : 학생들이 귀납적 탐구 활동과 다양한 사고 실험의 결과로 형성된 수학 지식의 본질을 이해하는 데에는 장애가 될 수 있다.

* 극단적인 교수 현상

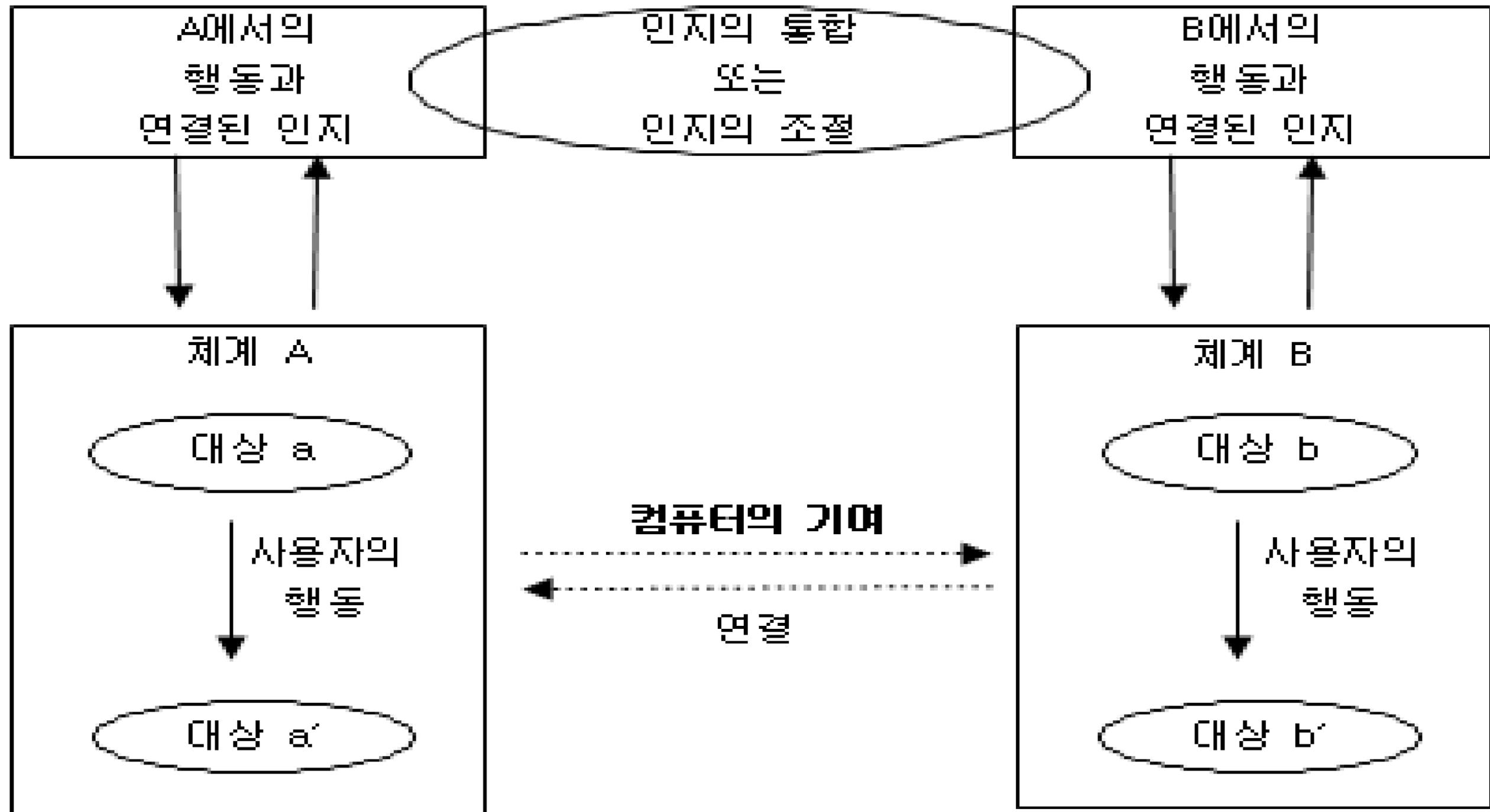
- **토파즈식 외면 치레:** 탈배경화/탈개인화 **간과**교사가 가르쳐야 한다는 '교수학적 계약'의 압박 때문에 풀이에 대한 명백한 힌트를 주거나 유도질문을 하거나 문제와 함께 해답을 제시함으로써 학생들이 지식을 구성하는 것을 방해하는 것을 말한다.
 - **조르단식 외면 치레:** 탈배경화/탈개인화 **강조**학생의 사소한 행동을 보고 학생이 특정한 수학 지식을 형성했다고 잘못 판단하는 경우를 말한다.
- * 학생과 가르치고자 하는 지식에 대해 토로하기도 어렵고 그렇다고 가르칠 수 없다는 것을 인정하기도 어려운 상황에서 학생의 행동이나 대답이 사실이 평범한 단서나 의미로 야기된 것임에도 불구하고 교사는 학생의 그러한 반응을 어떤 수학적 지식이 형성되었음을 보여주고 있다고 인정해버리는 것을 말한다.

공학적 도구를 활용한 수학 교수학습

- 프로이덴탈은 수학적 사고력 증진을 위한 강력한 수단으로서 공학적 도구 활용 주장.

* 수학교육의 목적 추구에 있어 공학적 도구의 기여 측면

- ① 수학과 학생들의 실제 경험의 연결
- ② 수학적 대상과 관계의 구체화 : 컴퓨터 조작 및 형식적 표현을 다룰 수 있음, 구체적-추상적 대상, DGS-수학적 다양성의 원리
- ③ 다양한 표현 체계의 연결
- ④ 사고력 중심의 수학교육 추구



[그림 6-4-1] 다양한 표현 체계의 연결

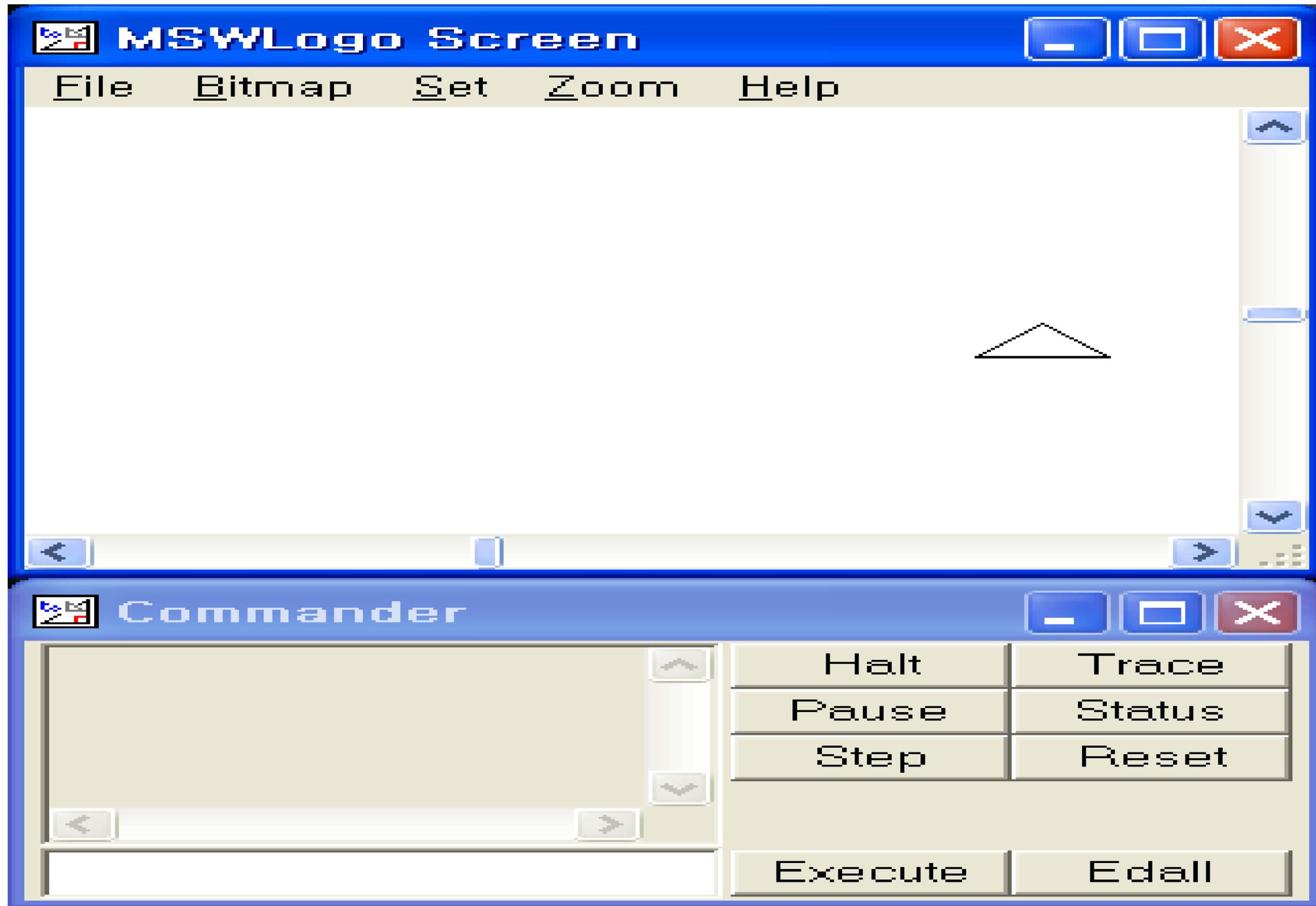
공학적 도구와 수학적 지식의 변환

- ◆ 공학도구로 인한 수학교육 방법상의 변화 추구과정에서 의도하지 않은 수학교육 내용의 변화와 수학 지식의 성격의 왜곡 가능성에 주의
- ◆ 컴퓨터에 의한 수학 지식의 교수학적 변환에서 발생하는 극단적 교수 현상 분석 필요
 - 메타-인지 이동-그래픽계산기의 기능에 주목, 과제 해결을 위한 힌트를 컴퓨터에서 효과적으로 얻는 방법에만 집중

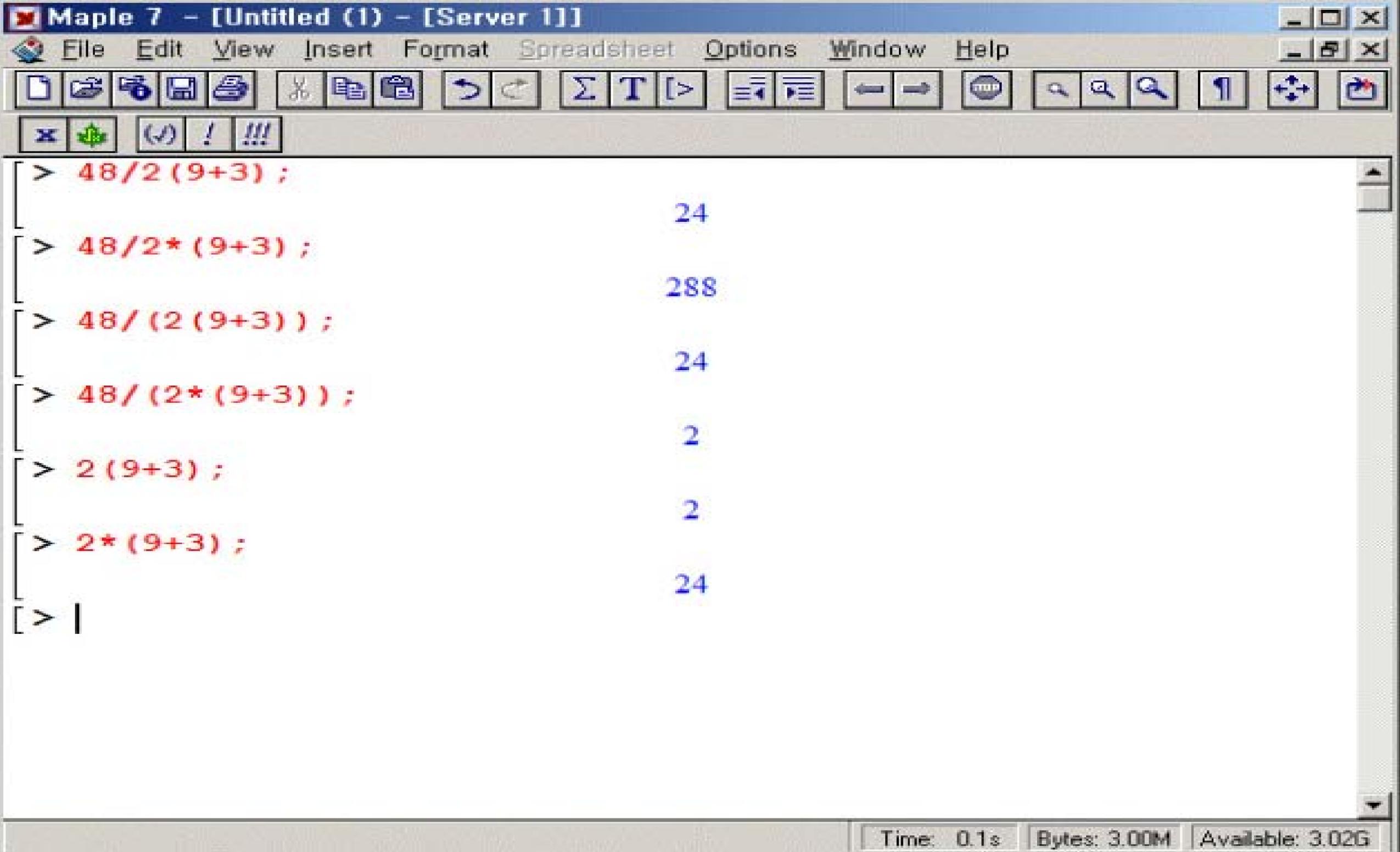
공학적 도구와 수학적 지식의 변환

- 형식적 고착**-Mathematica, Maple과 같은 기호조작소프트웨어에서 사용되는 문자나 대수식에 대한 지식/이해 없이 인수분해, 미적분, 극한값을 계산것
- 토파즈식 외면치레**: 학생이 학습할 수 있는 환경을 교사가 방해하거나 제거하는 것/웹기반 교수 환경에서 수학적 지식, 과제 등을 해결하는 화면에 구성된 학생들이 문제와 함께 힌트와 도움을 구하는 버튼을 사용하여 도움과 정답을 쉽게 구함
- 조르단식 외면치레**: 컴퓨터가 안내하는 대로 특정 조작을 수행하여 조작 이면에 들어있는 수학적 개념을 이해할 수 없었음에도 원하는 결과를 얻음

학생주도형-LOGO



보조도구형 - Maple



The screenshot shows the Maple 7 software interface. The window title is "Maple 7 - [Untitled (1) - [Server 1]]". The menu bar includes File, Edit, View, Insert, Format, Spreadsheet, Options, Window, and Help. The toolbar contains various icons for file operations, editing, and calculation. The main workspace displays a series of commands and their results:

```
> 48/2 (9+3) ;  
24  
> 48/2* (9+3) ;  
288  
> 48/ (2 (9+3) ) ;  
24  
> 48/ (2* (9+3) ) ;  
2  
> 2 (9+3) ;  
2  
> 2* (9+3) ;  
24  
> |
```

The status bar at the bottom indicates: Time: 0.1s | Bytes: 3.00M | Available: 3.02G

보조도구형-mathematica



