

# Freudenthal의 수학적 교수-학습이론

# 프로이덴탈의 수학적 교수-학습 론

**현상**: 생활사태뿐만 아니라 학습자의 물리적, 사회적, 정 신적인 세계를 총칭하는 말

**본질**: 수학적 개념과 구조, 아이디어

**교수학적 현상학**: 본질을 그 본질이 조직의 수단으로 작용하는 어떤 현상과 관련하여 기술하고 교수학적으로 적용하는 것

Freudenthal(1983)이 주장하는 것으로 수학은 어떤 배경이 되는 현상에 관련된 문제를 해결하고 다양한 상황에 관련된 개념을 일반화하고 형식화하는 과정에서 발달된 것이므로, 학생들에게 이러한 수학을 가르칠 때 발 생 배경이 된 현상들을 적절하게 반영해야 한다는 의미.

→수학적 교수 학습 이론

**수학적**:현상을 본질로 조직하는 과정

# 수학화

- 수학화 과정-현상과 본질의 교대 작용에 의해 수준 상승이 이루어지는 불연속적인 과정
- 기성수학-수학적 활동의 결과
- 실행수학-수학화 활동에 초점을 둔 수학(창조적인 활동으로서의 수학, 인간의 정신활동, 수학자가 자신의 수학을 창조하듯이 학생 스스로의 활동을 통해 직접 수학화 경험을 강조)
- 수평적 수학화-현실내의 문제 장면을 형식적인 수학적 처리가 가능하도록 변환하는 것
- 수직적 수학화-세련된 좀 더 높은 수학적 처리가 가능하도록 하는 것

# 수학화 활동 경험의 중요성

- 반교수학적 전도-기성 수학이 논리적 체계에 따라 배열된 교과로서의 수학을 제시하는 것, 수학의 연역적인 체계(단힌 체계)만을 중시하고 그것을 초등화하여 지도하는 것
- 수학 학습은 가능한 구체적인 학생의 현실에서 출발하고, 학생의 현실 안에 내포되어 있는 수학적 현상들과 수학적 요소들을 알아내어 불필요한 정보를 제거함으로써, 수학적 수단으로 조직하고 관련된 수학적 구조를 창조하는 일련의 과정으로 이루어져야 함 (현실주의 수학교육)

# 수학화 교수-학습의 원리

## 1. 안내된 재발명

- 학생들은 교사의 안내하에, 역사-발생적 원리와 맥을 같이하여(역사를 그대로 재현하는 것이 아니라 압축된 순서로 재현), 아동의 현실로부터 수학화 활동에 의해 주관적 의미를 갖는 수학적 내용을 재발명해 나가는 과정을 학습과정에서 반드시 경험해야 한다.
- 사고실험 중요(수업장면, 수업 내용의 측면)
- 인위적인 구체물보다 자연스러운 상황, 아동들이 현실적, 구체적으로 받아들일 수 있는 문맥이 제시되어야 함

## 2. 반성적 사고

수준의 상승을 가능하게 하는 정신적 활동

바닥수준으로부터의 점진적인 수학화 주장.

수준의 비약-

**바닥 수준**-탐구수준의 활동과 구분하여 비수학적인 활동으로 보아서는 안되며, 실제 수학을 하는 것은 아니지만 탐구수준에서의 수학적 활동을 준비하는 예비적(pre-mathematical)활동

→학생들의 수학 학습 수준이 상승하기 위해서는 학습자들에게 완성된 알고리즘이나 형식적인 수학적 지식을 성급하게 제시하

기보다는 비형식적인 전략과 적절한 모델을 통해 학습자가 무리 없이 수평적 수학화와 수직적 수학화를 통해 수학 세계로 점진적으로 이행할 수 있도록 해야 한다.

- 따라서 “왜?”, “어떻게 알았지?”와 같이 반성적 사고를 유발할 수 있는 질문을 제시해야 하며, 이러한 질문은 이미 제시된 과정의 반복 설명이 아닌 학습자의 해결전략에 대한 반성적 사고를 유발할 수 있어야 한다. 수학화 과정은 단일하게 진행되기보다 학생의 반성적 사고에 의해 재발명된 본질이 다시 현상이 되어 좀 더 발전된 수학화 과정을 끊임없이 이끌게 된다.

### 3. 현실과 결부된 수학

#### [그림 6-1-1] 수업에서의 수학적 과정

1단계: 현실 세계의 문맥을 직관적으로 탐구

2단계: 수평적 수학적

학생들간의 상호 작용, 학생-교사의 상호 작용, 학생들의 형식화, 추상화 능력에 의존하여 현실상황으로부터 수학적 개념을 추출

3단계: 수직적 수학적(형식화와 추상화 중심, 수학적 개념에 대한 기술과 엄격하고 형식적인 정의)

4단계: 응용적 수학적-개념을 새로운 문제에 적용함으로써 개념을 강화하고 일반화함

# 수학화 교수-학습의 원리

수학화 교수-학습 지도의 예-기하영역  
(신론 p.323-326)

주변현상-본질로 조직화(주변사물-도형)→도형의 성질탐구→국소적조직화→전반적 조직화→존재론적 결합 끊기

국조적 조직화(정의하기, 증명하기)가 중요

: 학습자가 접하고 있는 영역에서 참이라고 인정되는 사실, 학습자의 실제(현실)로부터 시작해서 부분적으로 조직화하는 것

전반적 조직화(공리화)