

피아제의 발생적 인식론과 수학적 습 심리학

인지 발달 단계 이론

- **감각운동기**(0-2세) : 반사작용과 순환반응
 - 육체적 정신적 활동을 스펀이라는 일련의 분명한 행위; 단위로 조직한다.(빨기, 쥐기, 울기 등의 스펀)
 - 자신의 감각과 육체적인 운동 조직 가능
 - 물리적 대상에 이름을 붙이는 것이 가능함
 - 시야에서 사라진 물체는 없어진 것이 아님을 알게 됨
- **전조작기**(2-7세): 언어와 상징기능의 습득
- 자기중심성(가역성의 결여, 조작의 결여)
 - 모방을 잘함, 무생물도 생명체와 같이 감각을 갖고 있다고 믿음
 - 하나와 다수의 구별을 잘 못함

인지 발달 단계 이론

- 전조작기(2-7세)

- 하나와 다수의 구별을 잘 못함
- 한 대상이나 상황에 대한 두가지 측면을 동시에 생각못함
- 귀납적 추론과 연역적 추론을 할 수 없으나 변환적 추론(구체적인 사실로부터 구체적인 사실을 추론하는 것)을 할 수 있음
- 자기의 믿음에 대한 이유 제시할 수 있음
- 사물의 집합을 하나의 기준에 의해 분류할 수 있음
- 건망증에 의한 모순 , 응축에 의한 모순

인지 발달 단계 이론

- **구체적 조작기**(7-11세): 가역성의 출현
 - 전도(inversion)나 부정(negation): 이미 수행된 조작을 취소(영조작, 항등조작)
 - 상반(reciprocity): 차이를 보정해 주는 것(평형)
 - 개념적 표상과 그 관계를 다룰 수 있어 문제를 내면적으로 시행착오를 통하거나 가설의 검증을 통하여 해결할 수 있으며 새로운 아이디어를 이해하고 이미 획득된 개념과 관련지을 수 있다.
 - 조작은 당시의 혹은 전에 행하여진 구체적 대상의 취급과 관련됨 / 구체적 대상없이 언어적 명제만을 다루는 수준은 아님

인지 발달 단계 이론

- **구체적 조작기**(7-11세): 가역성의 출현
 - 물질량의 보존: 물질의 양은 분할이나 변형과 관계없이 변하지 않는다
 - 수의 보존: 원소의 개수는 배열과 관계없이 변하지 않는다
 - 길이의 보존: 물체의 길이는 이동, 분할, 변형과 관계없이 변하지 않는다
 - 넓이의 보존
 - 무게의 보존: 물질의 무게는 분할이나 변형과 관계없이 변하지 않는다.
 - 부피의 보존

인지 발달 단계 이론

- **구체적 조작기**(7-11세): 가역성의 출현
 - 구체적인 예를 통하여 귀납적 추론과 연역적 추론을 할 수 있음 / 판단과 논리적 추론 능력이 아직 부족함
 - 역연산, 대입, 구체물을 크기 순서로 배열하기가 가능하나 이 연산들을 언어로 표현하는 것은 힘들어함
 - 정의를 잘 이해하지 못하며 몇 개의 구체적 사실로부터 일반화를 하는 것이 불가능하다(예, $2+3=3+2$, $8+11=11+8$ 은 이해하나 교환법칙 $a+b=b+a$ 를 이끌어 내지 못함)
 - 구체적인 자료를 조작하여 여러가지 모양을 창의적으로 구성가능
 - 변수를 포함한 수학적 기호 조작의 이해를 어려워하며 대수를 공식의 암기에 의해 학습함

인지 발달 단계 이론

- **형식적 조작기**(12세 이후): 대상, 성질, 개념 등이 명사로 파악되고 형식적인 수학적 추론이 가능, 추상적인 개념에 대한 조작 수행 가능
- 변인통제 능력, 부정에 의해 배제할 수 없는 변인을 배제하는 방법, 상반에 의해 그 변인을 배제하는 사고가 가능(전도에 의한 가역성과 상반에 의한 가역성 가능)
 - 자신의 활동을 객관적으로 볼 수 있으며 자신의 사고 과정을 반성해 볼 수 있음
 - 정리를 만들고 가설을 세우고 여러 가지 가설을 시험할 수 있다
 - 적절한 상황에서 정의, 법칙, 공식 등을 이해하고 사용할 수 있다.
 - 귀납적 사고, 연역적 사고, 함의적 사고(만일~이면 ~이다)를 할 수 있다.
 - 순열과 조합, 명제, 확률 등의 복잡한 개념을 이해하고 응용할 수 있다.
 - 무한대와 무한소의 개념을 인식할 수 있다.

피아제의 반영적 추상화

- 경험적 추상화 vs 의사경험적 추상화 vs 반영적 추상화
- 반영적 추상화의 메커니즘: 반사, 반성/ 내용, 형식
 - **동화**: 개인이 현재 구조들을 사용하여 환경적 요인을 다루는 보완적인 과정(외부 환경의 요소들을 자신의 심리적 구조에 융합) → 기존의 스킴을 고수하면서 가능한 넓은 범위의 상황을 그에 종속시키려고 시도하는 기능
 - 예) 삼각함수 지도시, 직각삼각형 이용하기, \sin , \cos , \tan 용어 이용하기
 - **조절**: 개인이 환경의 요구에 대한 반응으로 변하는 과정(외부 환경의 요소들을 자신의 심리적 구조를 수정) → 자신의 스킴을 조절, 분화하는 적응기능
 - 예) 삼각함수 지도시 일반각으로 확장하기, 삼각함수 그래프그리기,
- 강의정보서비스 자료실의 “경험적 추상화와 반영적 추상화. hwp” 파일 참고

수학교육에의 시사점

- 활동적 학습 :

모든 수학적 지식 및 사고의 본질을 조작이고 조작은 행동의 내면화의 산물이므로 학습은 조작의 바탕이 되는 여러 가지 활동 중심으로 구성되어야 함(퀴즈네르 색막대, 대수막대 등)

- 구체적 조작의 강조:

- 구체물을 다루는 경험을 충분히 제공할 필요가 있다. 초등학교 저학년에서부터 수학 학습의 기초가 되는 구체물의 조작활동을 충분히 제공하여 장래 학습의 토대가 될 수 있도록 해 주어야 함(분수 지도의 예-원형판, 언어로만 수업안됨)

수학교육에의 시사점

- 갈등상황제공:

일시적인 균형 상태에 있는 학습자의 수준보다 조금 더 복잡한 상황을 경험하게 하여 높은 수준의 균형을 위한 동기 부여 정도의 수준으로 갈등 유발

- 반성적 사고의 촉진

교사의 의도적 노력이 필요

학습자의 인지발달수준보다 조금 더 높은 수준의 활동을 제공, 이를 위해 교사의 정확한 진단이 필요하며 비슷한 수준의 학습자들로 구성된 소집단 구성이 필요함