



3주차(1~3차시) 구성주의와 수학교육철학

www.ewha.ac.kr



이화여자대학교
EWha WOMANS UNIVERSITY



Contents

구성주의를 중심으로

	Contents 1	수학교육의 추구 방향에 대한 일반입장
	Contents 2	수학의 본질
	Contents 3	현대 수학 교육 철학
	Contents 4	조작적 구성주의
	Contents 5	급진적 구성주의
	Contents 6	사회적 구성주의



수학교육이 추구하는 일반 입장

- 수학적 사고 방법은 우리의 경험과 관념을 정돈하고 새로운 사고 모델을 고안하는 가장 강력하고 우아한 도구이다.
- 수학과 다른 교과와의 구분은 극복되어야 한다.
- 수학의 기본적인 개념이 갖는 설명력은 충분히 이용되어야 한다.
- 학생의 자기활동이 매우 폭넓게 주어져야 한다
- 학생들은 알고 있는 수학을 새로운 문제와 앞으로 창조해야 할 수학에 적용하는 것을 학습해야 한다.

– 김응태 외(2008) 수학교육학개론 p 65~66



수학의 본질

1) 경험론적 해석과 선험론적 해석

- 경험론자의 해석: 수학적 개념은 물리적인 (대상으로부터의 추상화) 심리적인 (내관적 자료로부터의 추상화) 경험으로부터 이끌어짐
- 선험론적 해석: 차후의 모든 수학적 구성을 미리 결정하는 완성된 구조의 존재를 가정
 - 수학적 구성을 미리 결정하는 완성된 구조의 존재함
 - 수학적 구성은 처음부터 필연성을 갖는다 (Hilbert의 사전에 확립된 조화, Kant의 선험적 직관)



수학의 본질

2) 유명론적 해석

- 논리와 수학을 언어로 설명하려고 함.
- 수학적 구조를 언어적 활동의 법칙으로 환원하려는 견해.
- 비엔나 클럽-논리적 실증주의가 대표적
 - 실험적이며 지각에 근거한 종합적인 진(관찰명제/사실진리) vs 정의에서 출발하는 순수한 동어 반복(tautology)의 결합에 근거한 분석적인 진(이론명제/이론진리)을 구분
 - 관찰명제는 유의미함. 이론명제를 관찰명제로 바꾸는 것(정의)이 철학자의 할 일.
- 논리, 수학적 진을 의미론적으로 완성된 일반적인 토털로지컬한 구문론으로 보려는 시각



3) 플라톤주의적 해석

- 가시계 vs 가지계
- 수학의 인식과정 - 회상/발견(신론p138)
- 수학적 대상=이데아
- 부트루: 수학의 역사를 세 시대로 구분하여 현대 수학의 플라톤주의로의 복귀경향을 표현
- 명상적인 이상 → 종합적인 이상 → 진정한 객관성의 이상
- **장점:** 수학의 객관적 강건성을 보다 잘 설명할 수 있고 창조적 구성이라는 아이디어를 구명하는 어려움을 피할 수 있다



수학의 본질

3) 철학자 군주 양성을 위한 수학교육

- 일반인/ 철학자 구분 수학교육과정 / 동굴의 비유
- 산술(수론) vs 기하학
 - : 실제적 유용성과 철학적 유용성 모두 가진 학문 vs 철학적 유용성(신론 p.141<국가> 인용문)
- 소크라테스의 산파법(유인물 참조:플라톤의 대화편 <메논>):-수학을 지도할 때 의견의 도출, 논박을 통한 무지의 자각, 탐구의욕의 유발, 지식의 상기를 돕는 조산 과정을 거치는 산파법 이용

산파로서의 교사:지식을 가르쳐주거나 설명해 주는 역할을 하기보다 단지 질문만을 하여 아동의 영혼에 내재된 지식을 상기하도록 도와주는 산파의 역할



수학의 본질

4) 준경험주의

- 준경험주의는 Lakatos로 대표되는 수리철학으로 수학적 지식은 준경험적이고 오류가능하며 인간의 창조적 활동(발명)의 산물이다.
- 수학은 고정된 기초 위에 세워진 유한한 구조가 아니라 항상 성장하고 변화함에 따라 기초를 수정해 나가는 지식체이다. 따라서 수학적 지식은 절대적 진리도 아니고 절대적 확실성도 갖지 않으며 수학적 지식은 오류 가능하므로 끊임없는 개선의 여지가 있다.
- 수학적 발견의 논리(발견술)을 기초로 수학적 지식 발생의 메커니즘의 기초를 제시함



4) 준경험주의

- 학교수학의 내용을 소재로 하여 학생들에게 수학적 지식을 수정, 개선해 가는 경험하게 하는 구체적인 방안으로 도입

- 수학적 지식의 성장 과정
 - 1단계 원시적 추측: 수학적 추측을 제기하는 단계
 - 2단계 증명: 추측을 부분추측으로 분해하는 사고실험의 단계
 - 3단계 전면적 반례(원시적 추측에 대한 반례) 출현 vs 국소적 반례(원시적 추측의 부분 추측에 대한 반례)
 - 4단계 증명의 재검토: 증명을 검토하여 증명과 추측을 개선하는 단계
- 전면적 반례가 국소적 반례가 되는 보조정리 (guilty lemma) 확인, 이 보조정리가 명백해지고 원시적 추측에 조건으로 부가됨. 개선된 추측으로서의 정리는 원시적 추측을 대신함(보조정리합체법)



조작적 구성주의

- Piaget의 수학인식론:발생론과 관계적 구조주의의 통합을 시도한 균형이론
- 점생설적 입장에서 서서 주체가 조직과 적응(동화와 조절)이라는 자기조정적인 불변적 기능을 갖고 객체와의 상호작용을 통해서 점진적으로 균형 잡힌 가역적인 행동체계를 스스로 통합,구성해 간다고 봄
- 지식-조작적 스키마 ←

내면화된 가역적 행동

행동과 조작의 일반적 구조
대상에 행동하고 대상을 변형시키는
과정을 통해서 주체가 스스로
구성하는 것

결합(분리), 순서화, 대응,반복, 단순대치 등



수학의 본질

조작적 구성주의적 해석

- 수학적 개념은 감각운동적 스키마를 출발점으로 하는 구성의 산물이다.
- 감각 운동은 환경과의 적응과정에서 분화,조정되고 처음에는 실제적인 행동이었던 것이 행동의 결과에 주목하는 것(추상화), 곧 논리.수학적 경험에 의해 내면화된 행동(예, 신론 p163 수세기, 덧셈의 교활법칙 획득), 즉 구체적 조작으로 구성되고 다시 그로부터 형식적 조작으로 재구성되어 가는 것이며, 수학은 이러한 형식적 조작의 체계로 봄.
- 물리적 경험(예,무게개념획득)/ 심리적 경험



조작적 구성주의

- 논리-수학적 개념: 행동과 조작의 일반적 조정 (regulation)으로부터 **반영적 추상화**(reflective abstraction)를 통해 형성된 조작적 스키마
- 경험적 추상화(사과의 무게비교)/반영적 추상화(사과의 수세기) → 수의 보존
- 반영적 추상화: 반사와 반성
- 반사된 내용은 반성에 의한 새로운 형식의 구성에 이르러 일시적 균형상태(보다 포괄적의 조작적 스키마로의 교대작용)



조작적 구성주의

- 순서화와 수세기라고 하는 행동 스키마의 조정에 의한 수의 보존이라는 조작적 스키마의 구성
- 수학의 본질은 조작적 스키마이며 수학적 활동은 scheme을 구성하고 적용하는 것.
- 학습(인지발달)-환경에의 적응 과정에서 끊임없이 일어나는 인지적 균형의 파괴와 동화, 조절에 의한 새로운 균형화가 반복되는 scheme의 끊임없는 재구성 과정



조작적 구성주의

- 수학적 지식은 인간의 조작 활동에 근원을 두고 있으므로, 수학 수업에서 수학적 지식의 발생적 근원이 되는 조작활동을 강조해야 한다.
- 수학적 지식 구성의 과정은 반영적 추상화의 과정이므로, 자신의 조작활동을 사고의 대상으로 의식화하여 반성하는 활동을 강조해야 한다.
- 피아제: 반-역사발생적임/ 심리발생적 원리
- 교사는 지도할 내용을 조작으로 해석하고 아동이 그러한 조작을 구성할 수 있는 상황을 만들어 주어야 한다. 아동이 자주적인 탐구에 의해 수학적 조작을 구성할 수 있도록 한다. (예, 조작적 수계산 -Cuisenaire 색막대)



급진적 구성주의

1. 자주적 구성의 원리

지식은 감각을 통하거나 의사소통에 의해 수동적으로 받아들여지는 것이 아니다. 지식은 인식하는 주체에 의해서 능동적으로 구성된다.

2a. 생장지행성의 원리

인식의 기능은 적응적이며, 생물학적 용어로 적합성 또는 생장성(viability)을 지향하는 경향을 지닌다.

2b. 비객관성의 원리

인식은 주체가 경험 세계를 조직하는 데 도움을 주는 것이지, 객관적인 존재론적 실재를 발견하는 것을 돕는 것이 아니다.



급진적 구성주의

- 지식은 언어를 통해 전달될 수 없으며, 개인의 경험을 통한 추상화 과정에 의해 구성된다.
- 개인은 특정한 자신의 경험 세계에 잘 대처하고 적응하기 위한 지식을 구성한다.
- 지식은 인간이 구성한 것이며 그것이 인간이 알 수 있는 전부이다. 객관적 실재의 존재 여부 또는 그것과 지식의 관련성은 무의미하다.
- 수학적 지식의 확실성은 수학적 지식의 적합성, 적응성으로 대체되어야 한다.
- 개별 주체들의 의사소통은 주관적 경험 세계의 상대적 합의 영역이 존재할 때 가능한 것이며, 객관적 실재로부터 도출되는 것은 아니다.



- 교사는 안내자로서 학생 개개인이 각기 다양한 방식으로 지식을 구성하는 것을 격려해야 한다.
 - 각각의 주체는 그들 자신의 방식으로 그들 자신을 둘러싼 환경에 적응하기 위해 자신의 경험을 조직한다. 각각의 주체는 개별적이고 주관적인 자신의 이해의 세계의 중심이다.
- ➔ 각 개인이 구성한 지식은 필연적으로 고유하며 상황의존적이다. (지식의 주관적 측면 강조, 학생 개개인이 고유한 방식으로 지식을 구성하게 하는 교육 지지)



사회적 구성주의

- 객관성의 의미: 사회적 합의 가능성
 - 자연 언어(인간이 일상적으로 사용하는 언어)의 공유성/ 사회의 역할, 언어의 역할 강조
- 수학은 사회적 구성물로서 절대화된 수학적 지식은 없으며 지식은 오류가능하다.
- 수학이 사회적 구성물이라는 사실은 수학이 언어에 기초하며 언어가 사회적 산물이라는 점에 의해 뒷받침된다.
- 수학은 사회적 환경에 따라 상대적이므로 다른 수학이 구성될 수 있다.
- 수학은 가치독립적이지 않고 다른 지식과 문화, 이데올로기 등과 관련된다.



- 개인의 주관적인 수학적 지식은 공표를 통해 사회에 알려지고 공적인 비판과 재구성 과정을 거쳐 객관적인 수학적 지식이 된다(창조의 과정). 이러한 객관적 지식은 다시 개인에게 주관적 지식으로 내면화된다(학습, 재구성, 수학적 문화화의 과정).[신론 p. 171 그림 3-3-2]
- 주관적 지식으로부터 객관적 지식으로의 이행과정에 관심을 둬/ 사회적 상호작용이 지식 형성 또는 구성 과정의 핵심
- 학생들의 발표와 토론이 중시되는 사회적 상호작용 수업 지지



구성주의 수학 교수-학습 원리

- 학생 중심적 개별화의 원리
 - 개인의 능력차 및 개성의 차이를 고려하는 교수-학습지향(맞춤형 학습)
- 발문 중심적 상호작용의 원리
 - 학생이 학습의 주체가 되어 스스로 지식을 구성해 갈 수 있도록 교사가 학생과의 상호작용에 입각한 발문을 중심으로 학생을 안내하거나 조력해야 한다(논리적으로 조직된 정보로부터 새로운 어떤 것을 구성할 것을 요구하는 발문 등 / 사고실험 필요 교사의 적절하고 관심있는 관찰과 안내 → 신론 p.174)



- 의미지향적 활동의 원리
 - 학생들의 활동에 내재된 의미를 수학적으로 표현하게 하여 활동에 내재된 의미를 지식으로 구성하게 하는 것/: 학생들이 적절한 수학적 활동에 단순히 참여했기 때문에 자동적으로 수학적 지식을 구성하는 것은 아님
 - : 적절한 문제 상황이나 과제의 설정
- 반영적 추상화의 원리
 - 자신과 타인의 활동을 반성하는 태도 및 교실 환경 중시
 - 의미의 구성을 증진시키는 조작활동