교과목명: 인문사회수학

교 재 명: 경영수학의 이론과 실제
소 속 : 원광대학교 경영학부
담당교수 : 정호일

제 2 장 집합과 명제의 이해

제1절 집합의 정의
제2절 집합의 표현
제3절 집합의 연산
제4절 명제와 집합

제1절 집합(Set)의 정의

1. 집합의 정의

- 명확히 정의된 개체 또는 항목의 모임을 말한다.
  - **A collection of distinct objects**
  - 범위(어떠한 조건=정의)가 확정된 것의 모임
  - 일종의 정의라고 할 수 있으며 그 정의 에 대한 실제적이고 실용적인 접근 방법

2. 집합의 용도

- 집합은 연산의 대상을 한정하여 표현해줌
- 논리의 기본이 됨
  - 자연수의 집합, 정수의 집합, 유리수의 집합, 실수의 집합 등으로 수의 체계를 계층화
  - 각 수의 집합의 특성을 분류하는 수론에 대한 기본적인 지식.
  - 즉, 수에 대한 정의를 하고 성격을 규정

제2절 집합의 표현

1. 집합의 종류

- **원소(Element):** 집합을 구성하고 있는 각 개체
- **유한집합(Finite Set):**원소의 수가 유한할 경우의 집합
- **무한집합(Infinite Set):**원소의 수가 무한할 경우의 집합
- **공집합(Empty Set):**구성요소가 전혀 없는 집합 **{ } or Ø**

2. 집합의 표현과 관계

- **원소나열법(Enumeration):**원소들을 직접 나열하는 방식
  - 예**:{1, 2, 3} {**흰색, 검은색**} {1, 2, 3, …, 100}**
- **조건제시법(Description):**원소들의 논리적 관계를 기술
  - **{ x | x**는 **1**부터 **10**까지의 자연수 **}= {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}**
- **{ (**원소**) | (**원소의 조건**) }** 여기에서 앞의 원소 부분에 변수가 한 개만 있을 필요는 없다**.** 예를 들어**,** 다음의 설명 방식도 가능하다**.**
  - **{ x+y | x**는 **1** 또는 **2, y**는 **3** 또는 **4 } = { 4, 5, 6 }**
  - **{ (x,y) | x ∈ {1,2}, y ∈ {1,2} } = { (1,1), (1,2), (2,1), (2,2) }**

제2절 집합의 표현

3. 집합과 원소의 관계 표현

- **a $\in$ A : a is an element of A**
- **a $\notin$ A : a is not an element of A**
  - 예) 집합 **A = {1, 2, 3, 4}**라고 할 때 **3** $\in$**A , 5** $\notin$A
- **A $\subset$ B : A is a subset of B.= A is contained in B= B includes A.**
  - -집합 **A**의 모든 원소가 다른 집합 **B**의 원소가 될 때 **A**는 **B**에 포함된다**,** 또는 **B**는 **A**를 포함한다라고 한다**. A**는 **B**의 부분집합**(subset)**
  - -예**)** 집합 **A={1,2,3}**이고**,** 집합 **B={1,2,3,5,7}**일 때**, A**는 **B**에 포함되고**, B**는 **A**를 포함한다**. A** $\subset$ **B**
- **A=B : A**가 **B**의 부분집합이면서**,** 동시에 **B**가 **A**의 부분집합이면 두 집합은 같은 집합이다**.**
- **A** $\subset$ **B**이고 **A≠B A**는 **B**의 진부분집합**(proper set)**

제2절 집합의 표현

4. 부분집합의 성질

- 공집합은 임의의 집합의 부분집합 $\emptyset \subset$ **A**이다.
- **A** $\subset$ **A**
- **A** $\subset$ **B**이고 **B** $\subset$ **C**이면 **A** $\subset$ **C**이다.
- **A={0,1,2}**에 대하여 옳지 않은 것은?
  ① $0 \in$ **A** ② $\emptyset \subset$ **A** ③ $\{0.1\} \subset$ **A** ④ $\{-1,0\} \not\subset A$
  ⑤ $\{0\} \in$ **A**

5. 부분집합의 개수

- 집합**A**의 원소의 개수가 **n**개 일 때 집합**A**의 부분집합의 개수는 2^n개이다.
- 각 원소가 부분집합에 포함될 경우와 그렇지 않을 두가지의 경우의 수를 가지므로

제3절 집합의 연산

6. 집합의 연산법칙

전체집합 **U**의 부분집합인 임의의 집합 **A**와 **B**에 대하여

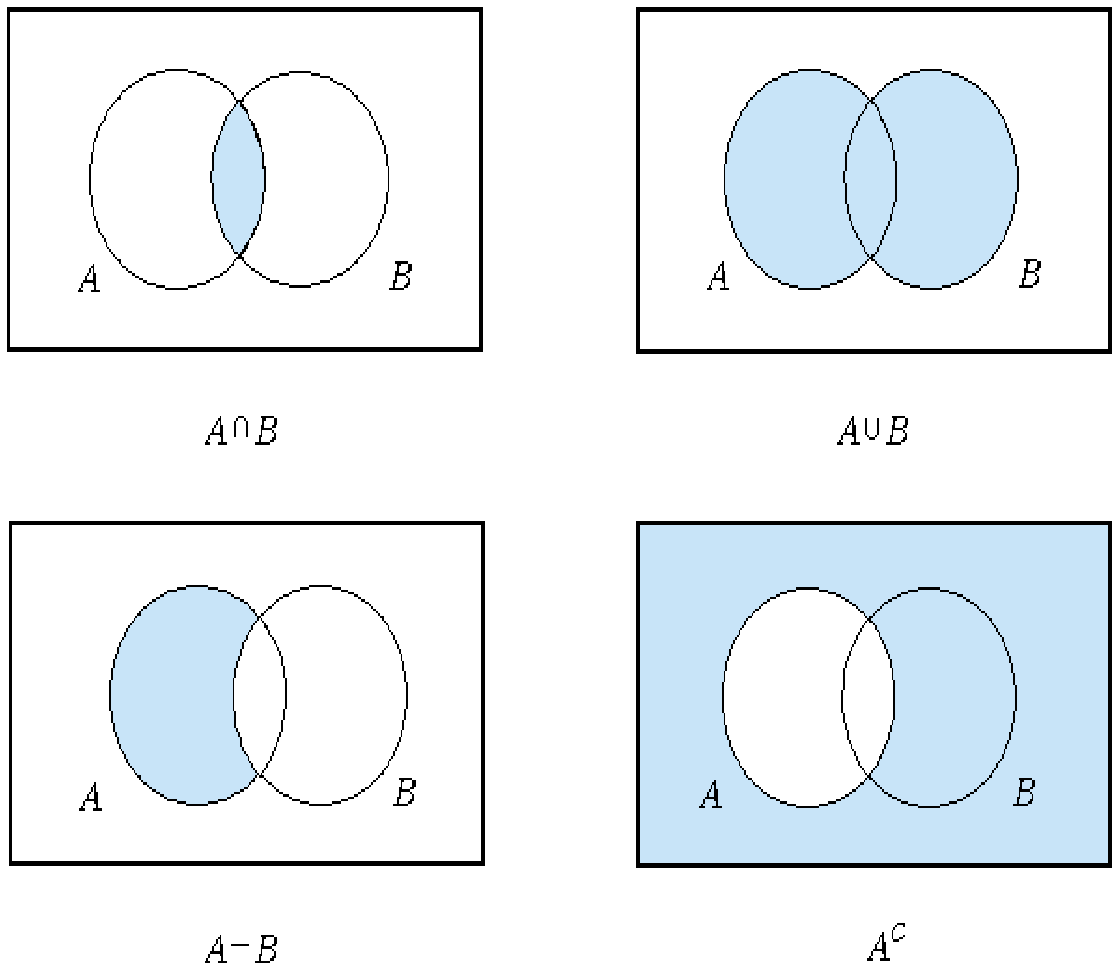
- **교집합(intersection set)**
  $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ and } x \in B\}$ 만일 $A \cap B = \emptyset$이면 집합**A**와 **B**는 서로 분리되어 있다고 정의**(**서로소**)**한다**.**
- **합집합(union set)**
  임의의 집합 **A**와 **B**중 적어도 하나에 속한 원소들의 집합

  $$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ or } x \in B\}$$
- **여집합(complement set)**
  전체집합을 **U**라고 할때 집합 **A**에 속하지 않는 집합

  $$A^c = \{x \mid x \in U,\ x \notin A\}$$
- **차집합(relative complement set)=**상대적 여집합
  A에는 속하지만 **B**에는 속하지 않는 원소들의 집합
  - $A - B = \{x \mid x \in A,\ x \notin B\}$ **(A difference B)=** $A \cap B^c$

제3절 집합의 연산

그림 2-1



교집합, 합집합, 차집합, 여집합의 도시

제3절 집합의 연산

6. 집합의 연산법칙

전체집합 U의 부분집합인 집합 A, B, C에 대하여

- $A \cap \emptyset = \emptyset \cap A = \emptyset$
- $A \cup \emptyset = \emptyset \cup A = A$
- $A \cup A^c = U$, $A \cap A^c = \emptyset$
- $(A^c)^c = A$, $\emptyset^c = U$, $U^c = \emptyset$
- 교환법칙(commutative law)
  $A \cap B = B \cap A$
  $A \cup B = B \cup A$
- 결합법칙(associative law)
  $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$, 그리고
  $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
- 분배법칙(distributive law)
  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

제3절 집합의 연산

6. 집합의 연산법칙

전체집합 U의 부분집합인 집합 A, B, C에 대하여

- 흡수법칙

  $A \cup (A \cap B) = A$

  $A \cap (A \cup B) = A$

- 드 모르간의 법칙

$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

$(A \cup B \cup C)^c = A^c \cap B^c \cap C^c$

$(A \cap B \cap C)^c = A^c \cup B^c \cup C^c$

$A-(B \cup C)=(A-B) \cap (A-C)$

$A-(B \cap C)=(A-B) \cup (A-C)$

제3절 집합의 연산

7. 집합의 기수

집합이 가진 원소의 수를 집합의 기수(혹은 크기)라고 한다.
즉, 집합 {2, 4, 6, 8}의 기수는 4이다.

8. 유한집합의 기수법칙

유한집합 **A**의 원의 개수를 **n(A)**으로 나타내기로 하면

1) $n(A^c)=n(U)-n(A)$ 단, **U**는 전체집합, $A \subset U$
2) $n(A \cup B)=n(A)+n(B)-n(A \cap B)$
3) $n(A \cup B \cup C)$
$=n(A)+n(B)+n(C)-n(A \cap B)-n(A \cap C)- n(B \cap C)+n(A \cap B \cap C)$

제4절 집합과 명제

1. 명제

- 명제란 객관적으로 참과 거짓을 판명할 수 있는 문장 이나 식
  - **4**는 **2**의 배수이다**. (   )**
  - 철수는 잘 생겼다**. (   )**

2. 조건명제

- 집합 **U**를 정의역으로 하고**,** 변수 **x**를 포함하는 문장이나 식으로서 **U**에 속하는 각 원을 **x**에 대입하면 명제가 되는 것을 집합 **U**에서의 <u>조건 또는 조건명제라고</u> 한다**.**
- 일반적으로 **p(x), q(x),…**등으로 나타냄**.**
  - **P(x): X>7**인 자연수
    - **if P(x)=8 then true**
    - **If p(x)=1 then false**

제4절 집합과 명제

3. 조건명제의 합성과 진리집합

전체집합 **U**에서의 조건명제 **p(x), q(x)**의 진리집합을 각각 **P, Q**라고 하면

① p(x) V q(x)의 진리집합 $P \cup Q$

② $p(x) \wedge q(x)$의 진리집합 $P \cap Q$

③ ~p(x)의 진리집합 P^C

④ $p(x) \rightarrow q(x)$의 진리집합 $\mathbf{P^C \cup Q}$

⑤ $p(x) \leftrightarrow q(x)$의 진리집합 $\mathbf{(P^C \cup Q) \cap (Q^C \cup P)}$

(예제) 전체집합 U={1,2,3,……,12}인 조건명제 p(x), q(x)가 다음과 같다. p(x): x는 2의 배수   q(x):x는 3의 배수 이때 조건명제의 진리집합을 구하라.

1) $p(x) \vee q(x) = P \cup Q = \{2,3,4,6,8,9,10,12\}$
2) $p(x) \wedge q(x) = P \cap Q = \{6,12\}$
3) $\sim p(x) = P^C = \{1,3,5,7,9,11\}$
4) $p(x) \rightarrow q(x) = P^C \cup Q = \{1,3,5,6,7,9,11,12\}$
5) $p(x) \leftrightarrow q(x) = \{1,5,6,7,11,12\}$
6) $p(x) \wedge \sim q(x) = \{2,4,8,10\}$
7) $\sim p(x) \rightarrow q(x) = \{2,3,4,6,8,9,10,12\}$

제4절 집합과 명제

1. 필요, 충분, 필요충분조건
   - 명제 $p(x)\rightarrow q(x)$가 참일 때 곧 $p(x)\Rightarrow q(x)$일 때
     $p(x)$는 $q(x)$이기 위한 충분조건
     $q(x)$는 $p(x)$이기 위한 필요조건
   - 명제 $p(x)\leftrightarrow q(x)$가 참일 때 곧 $p(x) \Leftrightarrow q(x)$일 때
     $p(x)$는 $q(x)$이기 위한 필요충분조건(동치)
     $q(x)$는 $p(x)$이기 위한 필요충분조건(동치)
2. 필요, 충분, 필요충분조건과 진리집합의 포함관계

   전체집합 U에서 조건명제 $p(x),q(x)$의 진리집합을 각각 P,Q라 하면 $p(x)\Rightarrow q(x)$일때

   $P\subset Q \Leftrightarrow p(x)$는 $q(x)$이기 위한 충분조건
   $q(x)$는 $p(x)$이기 위한 필요조건

   $P=Q \Leftrightarrow p(x)$와 $q(x)$는 서로 필요충분조건

(예제)x가 실수일 때 다음 두 집합의 관계를 밝혀라.

1)$x^2 \le 1$은 $x^2-6<x$이기 위한 무슨 조건인가?

2) $x^2-4x<0$은 $x^2-4x+3<0$이기 위한 무슨 조건인가?

3)$1<x<2$는 $x^2-3x+2<0$이기 위한 무슨 조건인가?