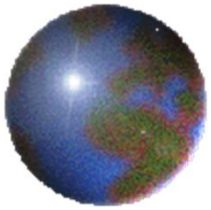
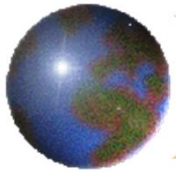


# 제3장
# 상관분석



# 제3장 상관분석

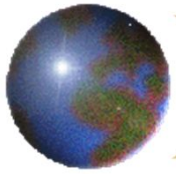
## 서론(introduction)

- 자연 및 사회현상의 규명에 있어서 관련된 변수들 간의 상호관련성을 갖게 되는 경우가 흔히 있음.
- 예를 들어 가계소득과 저축, 흡연량과 폐암발병률 등이 있음.
- 상관분석(correlation analysis)은 이와 같이 두 변수간의 선형관계가 존재하는지 또는 존재하지 않는지를 분석함. 즉, 상관분석은 변수들 간의 선형성의 강도에 대한 통계적 분석이라 할 수 있음.
- 따라서 변수들 간의 구체적인 함수관계를 파악하는 것이 아님.
- 그러나 한 변수의 값으로부터 다른 변수의 값을 예측하고자 하는 경우(예를 들어 가계소득으로부터 저축을 예측하는 경우), 즉 변수들 간의 구체적인 함수관계를 파악하고자 하는 경우에는 회귀분석(regression analysis)이라는 통계적 분석이 사용됨.

# 제3장 상관분석

## 공분산(covariance)

- 연관성의 척도
  - 만약 두 변수가 독립이 아니라면 변수들 간에 어떤 연관성(association)이 존재할 것이고, 그 연관성 정도는 높을 수도 있고 또는 낮을 수도 있음.
  - 변수들 간에 연관성 정도는 여러 가지 방법에 의하여 측정할 수 있음.
  - 그 중 하나인 공분산(covariance)을 설명할 때 두 변수는 크기가 측정되는 수량변수(metric variable), 즉 질적 변수(qualitative variable)가 아닌 양적 변수(quantitative variable)이어야 함.

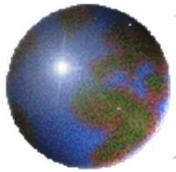


# 제3장 상관분석

## 공분산(covariance)

- 연관성의 방향
  - 두 변수간의 연관성은 방향을 갖게 됨. 즉, 한 변수의 값이 커질 때(작아질 때) 다른 변수의 값도 커지면(작아지면) 두 변수는 정(+)의 연관성이 있고, 반대로 한 변수의 값이 커질 때(작아질 때) 다른 변수의 값이 작아지면(커지면) 두 변수는 부(-)의 연관성이 있다고 함.
  - 예를 들어 사람들의 키와 몸무게간에는 정(+)의 연관성이 있고, 흡연량과 기대수명간에는 부(-)의 연관성이 있을 것임.
- 공분산의 정의
  - 두 변수간의 선형 연관성을 나타내는 공분산(covariance)은 다음과 같이 정의됨.

    $Cov(X, Y)=\sigma_{XY}=E(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)$, 단, $\mu_X=E(X)$, $\mu_Y=E(Y)$
  - 상관계수(correlation coefficient)는 공분산으로부터 유도됨.



# 제3장 상관분석

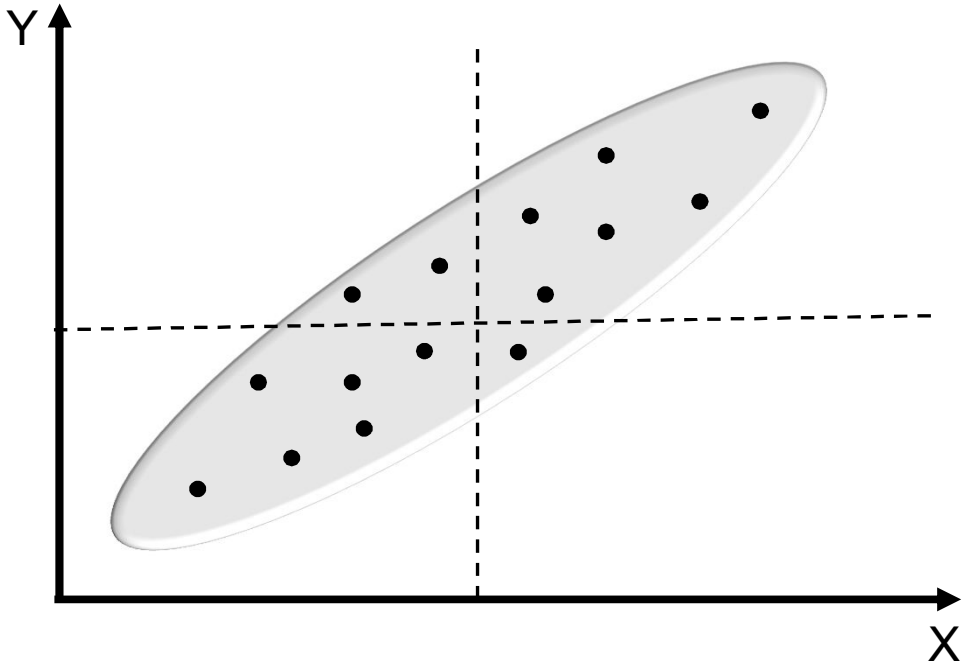
## 공분산(covariance)

- **공분산의 의미**
  - **공분산은 두 변수 X, Y가 서로 어떤 패턴(pattern)을 보여주는가를 나타냄.**
    - Cov(X, Y)>0**이면 X가 증가(감소)할 때 Y도 증가(감소)**
    - Cov(X, Y)<0**이면 X가 증가(감소)할 때 Y는 감소(증가)**
    - Cov(X, Y)=0**이면 두 변수는 아무런 상관이 없음.**

# 제3장 상관분석

## 공분산(covariance)

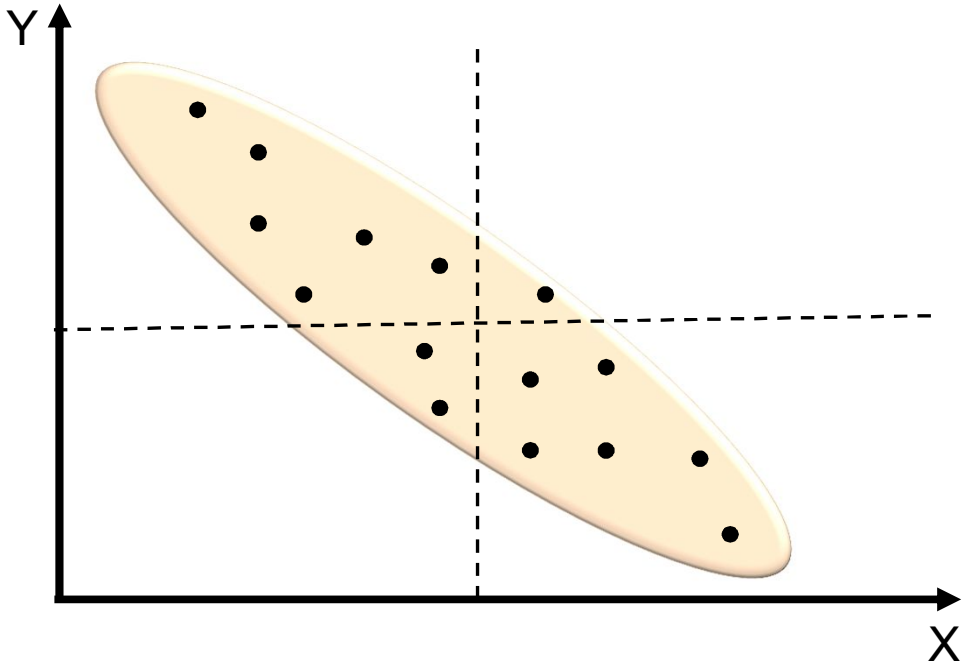
- 공분산의 의미
  - 공분산이 정(+)의 값을 가지는 경우 많은 관측값치들은 1사분면과 3사분면에 분포함.



# 제3장 상관분석

## 공분산(covariance)

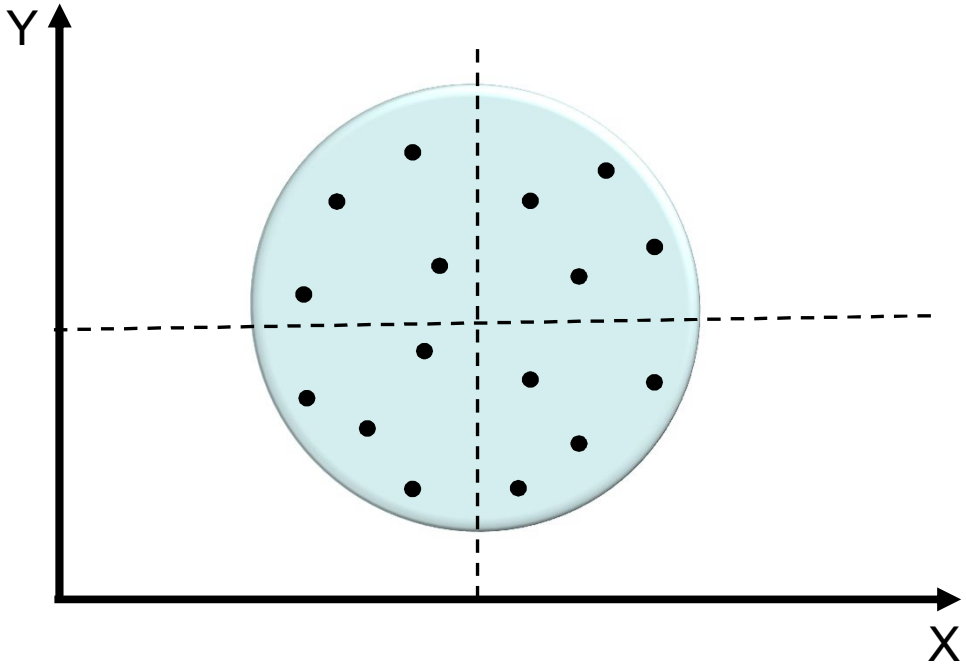
- 공분산의 의미
  - 공분산이 부(-)의 값을 가지는 경우 많은 관측값들은 2사분면과 4사분면에 분포함.

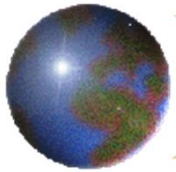


# 제3장 상관분석

## 공분산(covariance)

- 공분산의 의미
  - 공분산이 0의 값, 즉 관측값들이 4개 면에 균일하게 분포되어 있으면 어떤 선형관계도 존재하지 않고 서로 독립임.





# 제3장 상관분석

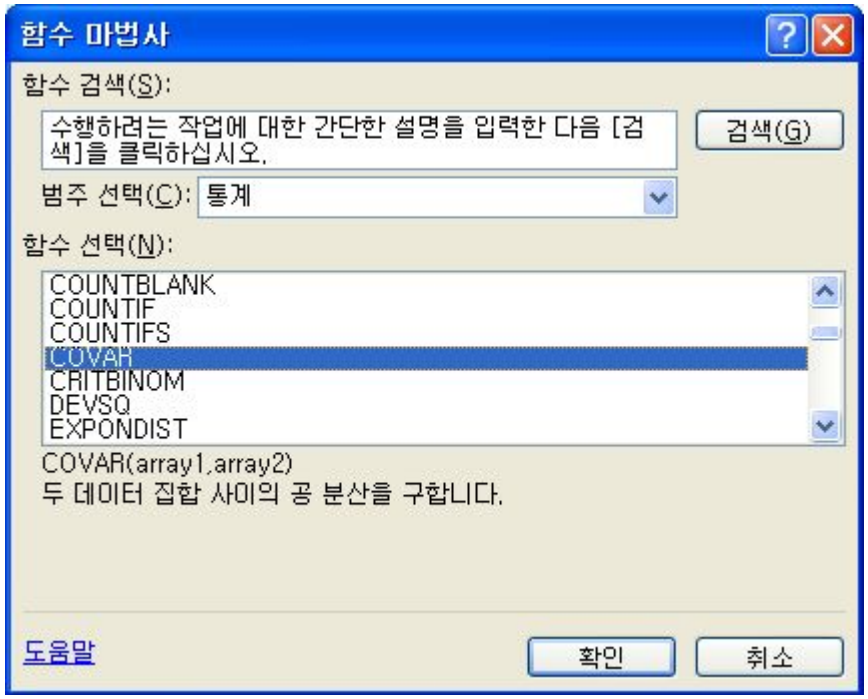
## 공분산(covariance)

- 공분산의 계산
  - Excel에서 공분산(COVARiance)을 구하는 방법은 두 가지임.
    - 함수마법사에서 '통계-COVAR' 함수를 이용하는 방법
    - Excel 메뉴의 데이터-데이터 분석의 분석도구에서 '공분산 분석'을 이용하는 방법
    - 그러나 '통계-COVAR' 함수는 두 변수간에 공분산을 계산할 때만 이용할 수 있고, '공분산 분석'에서는 변수가 2개 이상일 때도 사용할 수 있으므로 여러 변수들 간의 공분산 값을 포함하는 공분산 행렬을 얻을 수 있음.

# 제3장 상관분석

## 공분산(covariance)

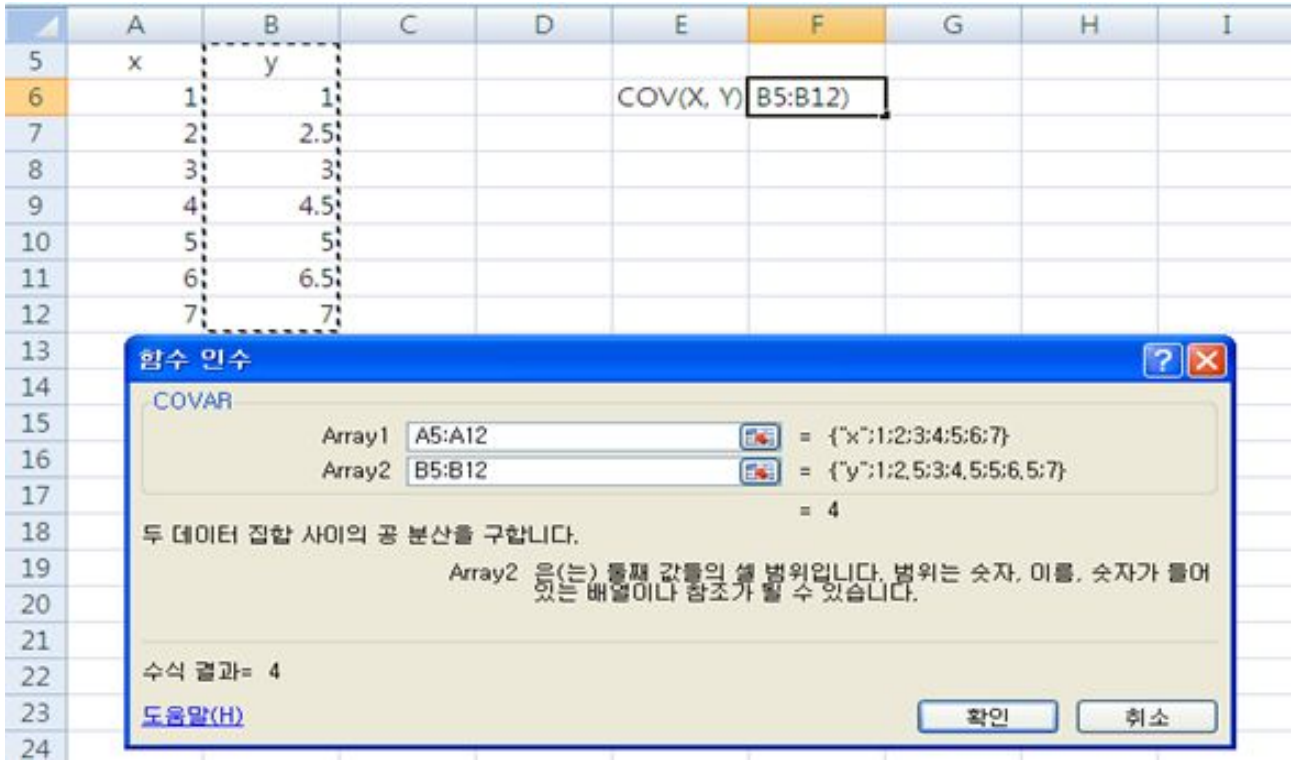
- **함수마법사를 클릭하고 '통계-COVAR' 함수를 선택함.**



# 제3장 상관분석

## 공분산(covariance)

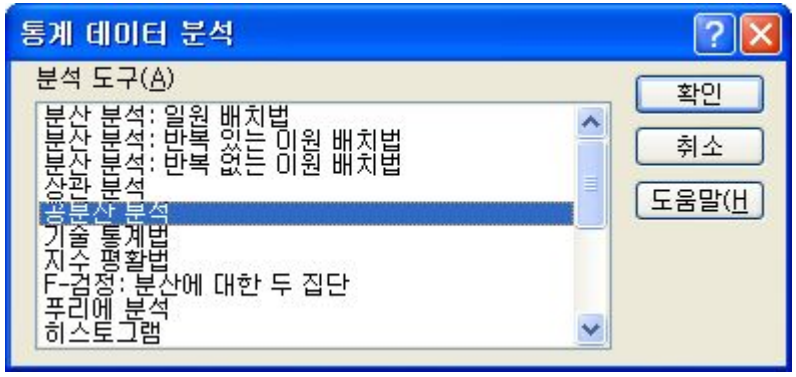
- Array1과 Array2에 각각 X와 Y의 데이터 영역을 지정하고 확인 버튼을 누름.



# 제3장 상관분석

## 공분산(covariance)

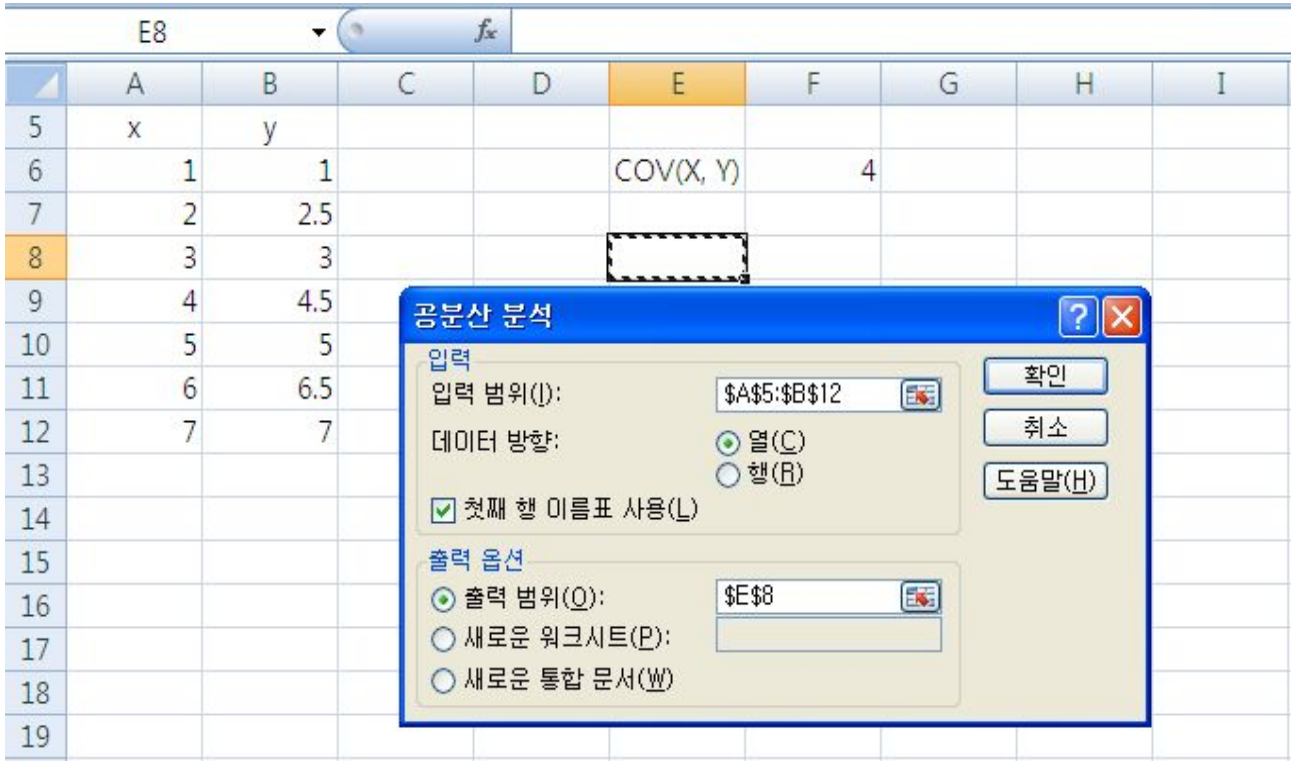
- **공분산의 계산**
  - Excel의 메뉴에서 데이터-데이터 분석을 클릭한 후 '공분산 분석'을 선택하고 확인 버튼을 누름.



# 제3장 상관분석

## 공분산(covariance)

- 입력범위(I)에 X와 Y의 모든 변수를 지정, 데이터 방향에서 열(C) 선택, 그리고 첫째 행 이름표 사용(L)을 클릭함.



# 제3장 상관분석

## 공분산(covariance)

- Excel의 출력결과는 다음과 같이 2×2행렬로 나타남.

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | x | y | | | | | | | |
| 6 | 1 | 1 | | | COV(X, Y) | 4 | | | |
| 7 | 2 | 2.5 | | | | | | | |
| 8 | 3 | 3 | | | | x | y | | |
| 9 | 4 | 4.5 | | | x | 4 | | | |
| 10 | 5 | 5 | | | y | 4 | 4.061224 | | |
| 11 | 6 | 6.5 | | | | | | | |
| 12 | 7 | 7 | | | | | | | |

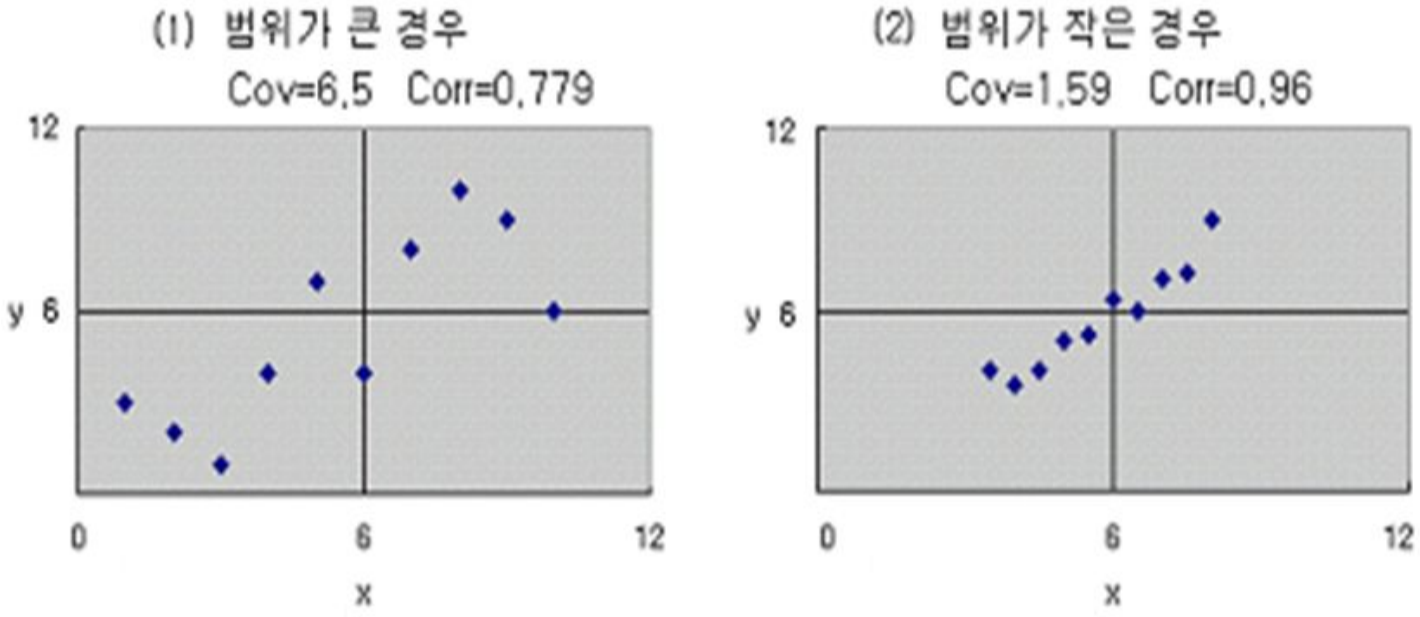
- 위의 출력결과는 다음을 의미함.

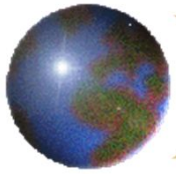
$$\begin{bmatrix} \mathrm{Var}(X) & \mathrm{Cov}(X, Y) \\ \mathrm{Cov}(X, Y) & \mathrm{Var}(Y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4.061224 \end{bmatrix}$$

# 제3장 상관분석

## 공분산(covariance)

- 공분산의 문제점
  - 공분산이 크다고 반드시 두 변수간 연관성이 높지 않음.
  - 공분산은 변수의 측정단위와 범위에 영향을 받음.





# 제3장 상관분석

## 상관분석(correlation analysis)

### ▪ 상관계수(correlation coefficient)

- 공분산의 경우 두 변수간 관계의 방향은 알 수 있지만, 관계의 정도는 알 수 없음. 왜냐하면 공분산은 두 변수의 측정단위에 따라 그 값이 달라지기 때문임.
- 이러한 문제를 해결하기 위해 측정단위에 관계없이 관계의 정도를 비교할 수 있도록 표준화한 것이 상관계수임.
- 공분산을 두 변수 X와 Y의 각 표준편차로 나누면 다음과 같은 모상관계수를 구할 수 있음.

$$\rho = Corr(X, Y) = \frac{Cov(X, Y)}{\sqrt{Var(X)\,Var(Y)}} = \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X \sigma_Y}$$

- 이때 상관관계가 $0<\rho\leq 1$이면 정(+)의 상관관계, $-1\leq\rho<0$이면 부(-)의 상관관계, $\rho=0$이면 상관관계가 없다는 의미가 아니라 선형의 상관관계가 아니라는 의미임.

# 제3장 상관분석

## 상관분석(correlation analysis)

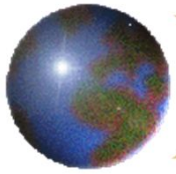
### ▪ 상관계수(correlation coefficient)

- 상관계수의 경우에도 모집단(population)과 표본(sample)으로 엄격히 구분됨. 모상관계수는 상수인 반면, 표본상관계수는 변수임. 그러나 모집단에서 어떤 표본이 추출되느냐에 따라 표본의 상관계수는 달라짐.
- 표본상관계수는 표본공분산을 각각의 표본표준편차로 나누어 표준화한 값을 나타내며 'r'로 표기함.
- 표본상관계수는 피어슨(Karl Pearson)에 의하여 제안되었기 때문에 '피어슨의 표본상관계수'라고도 함.

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}}$$

# 제3장 상관분석

- **상관분석**(correlation analysis)
  - **상관계수**(correlation coefficient)
    - **상관계수의 경우에도 단순히 두 개의 변수가 어느 정도 강한 관계에 있는가를 측정하는 단순상관분석**(simple correlation analysis), **3개 이상의 변수들 간의 관계에 대한 강도를 측정하는 다중상관분석**(multiple correlation analysis)**이 있음**.
    - **다중상관분석에서 다른 변수들과의 관계를 고정하고 두 변수만의 관계에 대한 강도를 나타내는 것을 편상관관계분석**(partial correlation analysis)**이라고 함**.



# 제3장 상관분석

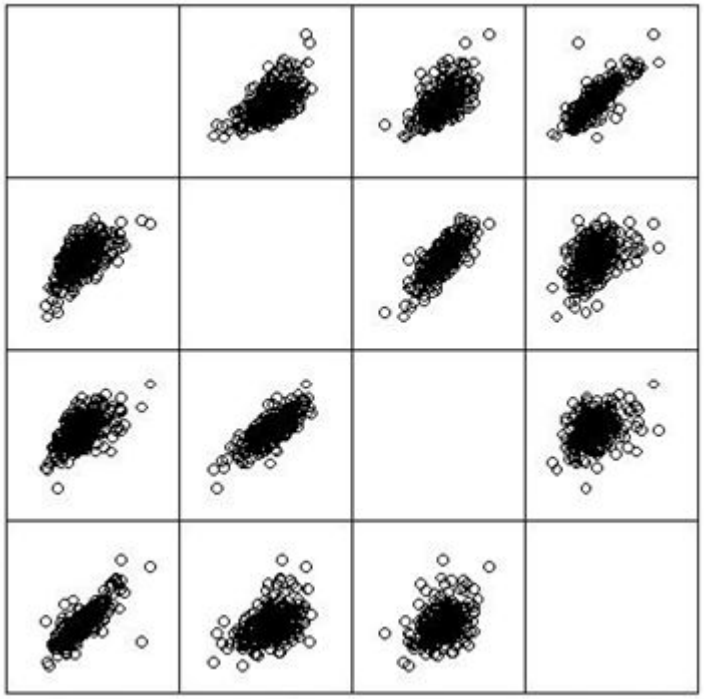
## 상관분석(correlation analysis)

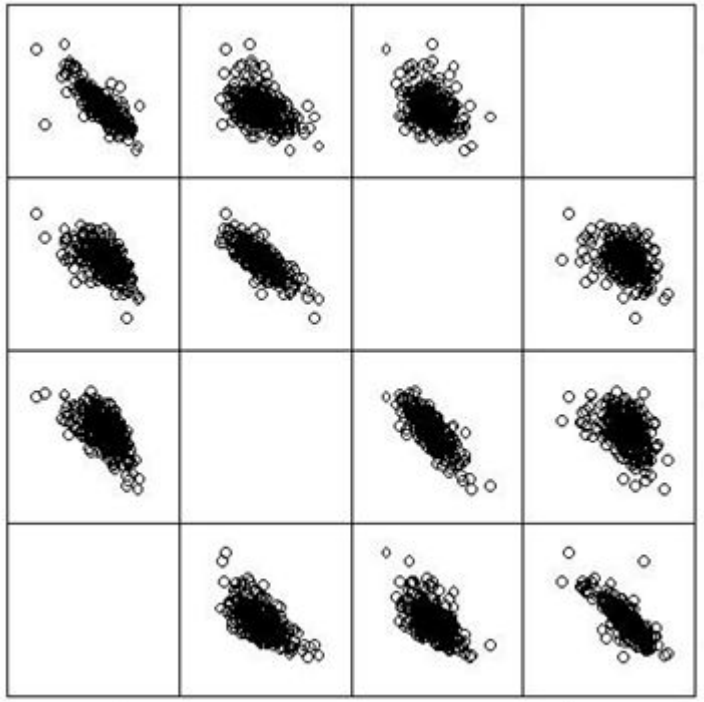
- 표본상관계수는 두 변수의 선형(직선)관계 정도를 나타내는데 다음과 같은 특징이 있음.
  - 표본상관계수(r)는 항상 -1과 1 사이에 있음($-1 \le r \le 1$).
  - 표본상관계수의 절대값의 크기는 선형(직선)관계에 가까운 정도를 나타내고, 표본상관계수의 부호는 선형(직선)관계의 방향을 나타냄.
    - $r>0$ : 산점도에서 점들이 좌하방에서 우상방으로 띠를 형성(우상향의 형태)
    - $r<0$ : 산점도에서 점들이 좌상방에서 우하방으로 띠를 형성(우하향의 형태)
    - $r=1$ : 모든 점들이 기울기가 양수인 직선상에 위치
    - $r=-1$ : 모든 점들이 기울기가 음수인 직선상에 위치

# 제3장 상관분석

## 상관분석(correlation analysis)

- 표본상관계수의 절대값이 클수록 산점도의 띠 폭은 좁아지고,
  표본상관계수의 절대값이 작을수록 산점도의 띠 폭은 넓어짐.





# 제3장 상관분석

## 상관분석(correlation analysis)

▪ 표본상관계수의 크기에 따른 해석

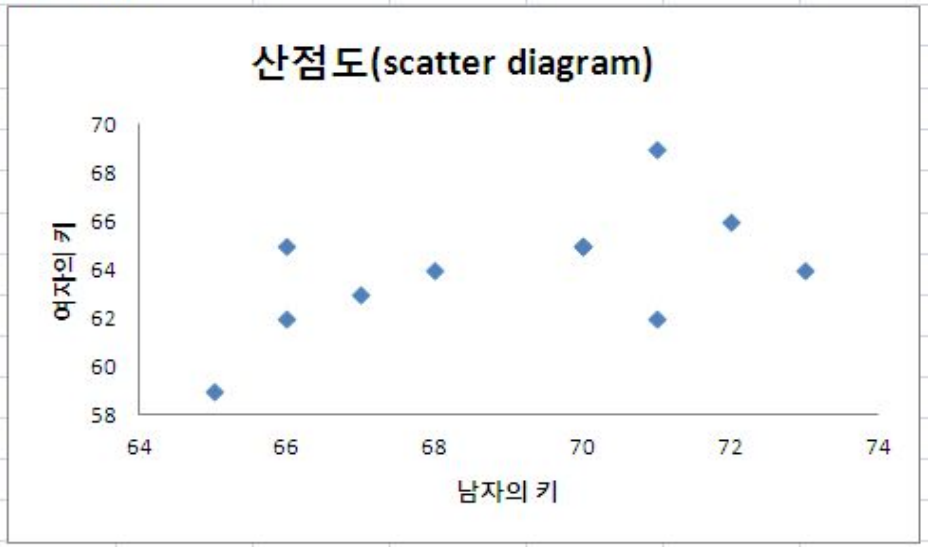
| 표본상관계수의 절대값 | 해 석 |
|---|---|
| 0.2 이하 | 상관관계 거의 없음 |
| 0.2 ~ 0.4 | 낮은 상관관계 |
| 0.4 ~ 0.6 | 보통 관계 |
| 0.6 ~ 0.8 | 높은 상관관계 |
| 0.8 이상 | 매우 높은 상관관계 |

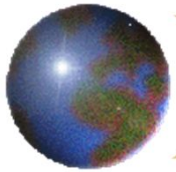
# 제3장 상관분석

## 상관분석(correlation analysis)

- 데이터 전체 영역을 지정한 후 Excel의 메뉴에서 삽입-차트-분산형을 클릭

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 16 | 남자 키(x) | 여자 키(y) | (단위 : 인치) | | | | | | |
| 17 | 71 | 69 | | | | | | | |
| 18 | 68 | 64 | | | | | | | |
| 19 | 66 | 65 | | | | | | | |
| 20 | 67 | 63 | | | | | | | |
| 21 | 70 | 65 | | | | | | | |
| 22 | 71 | 62 | | | | | | | |
| 23 | 70 | 65 | | | | | | | |
| 24 | 73 | 64 | | | | | | | |
| 25 | 72 | 66 | | | | | | | |
| 26 | 65 | 59 | | | | | | | |
| 27 | 66 | 62 | | | | | | | |
| 28 | | | | | | | | | |
| 29 | | | | | | | | | |
| 30 | | | | | | | | | |
| 31 | | | | | | | | | |





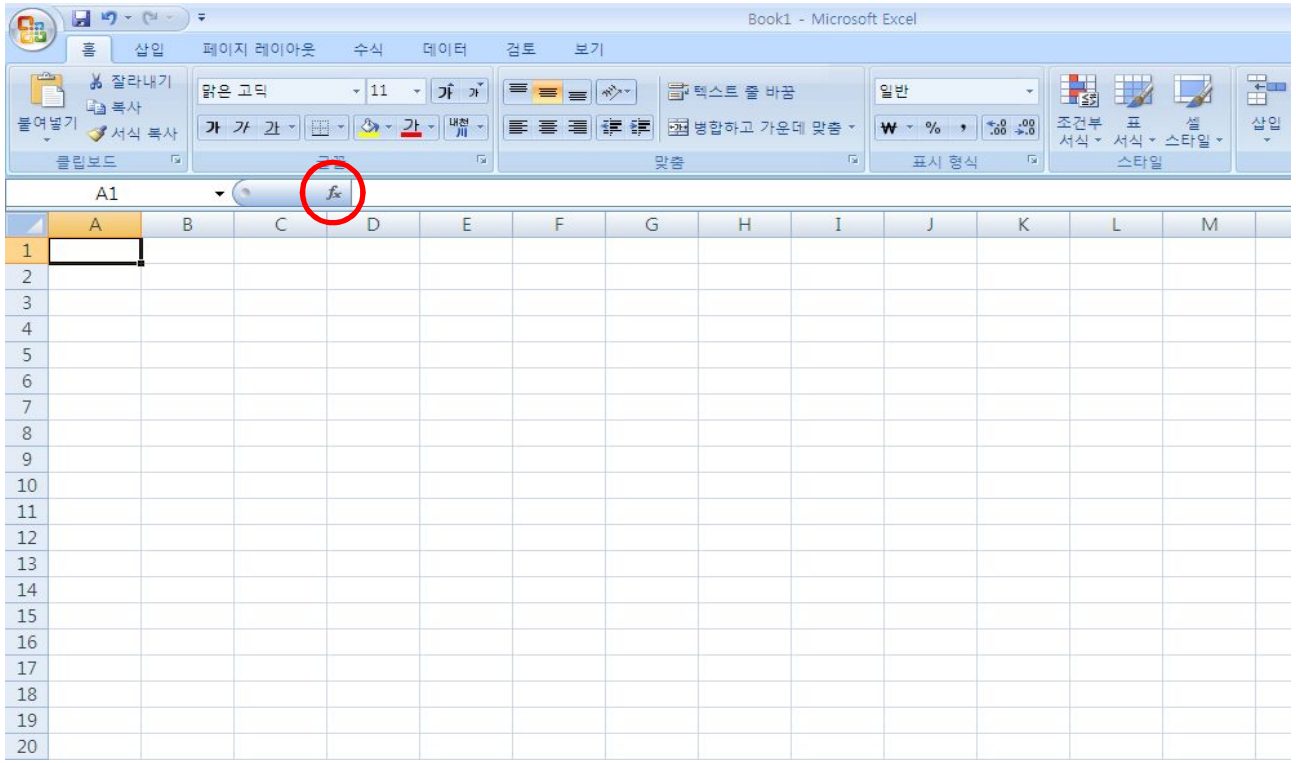
# 제3장 상관분석

- **상관분석**(correlation analysis)
  - **상관계수의 계산**
    - Excel**에서 상관계수**(correlation coefficient)**를 구하는 방법은 두 가지임.**
      - **함수마법사에서 '통계-**CORREL**' 함수를 이용하는 방법**
      - Excel **메뉴의 데이터-데이터 분석의 분석도구에서 '상관 분석'을 이용하는 방법**

# 제3장 상관분석

## 상관분석(correlation analysis)

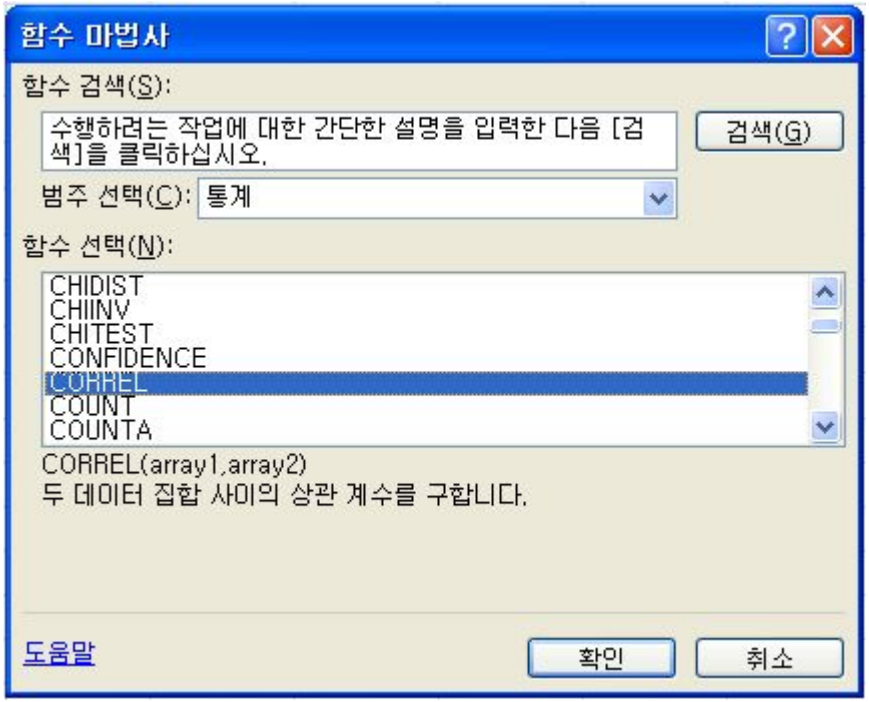
- **두 변수의 상관계수는 Excel의 함수마법사에서 '통계-CORREL' 함수를 이용하여 구할 수 있음.**



# 제3장 상관분석

## 상관분석(correlation analysis)

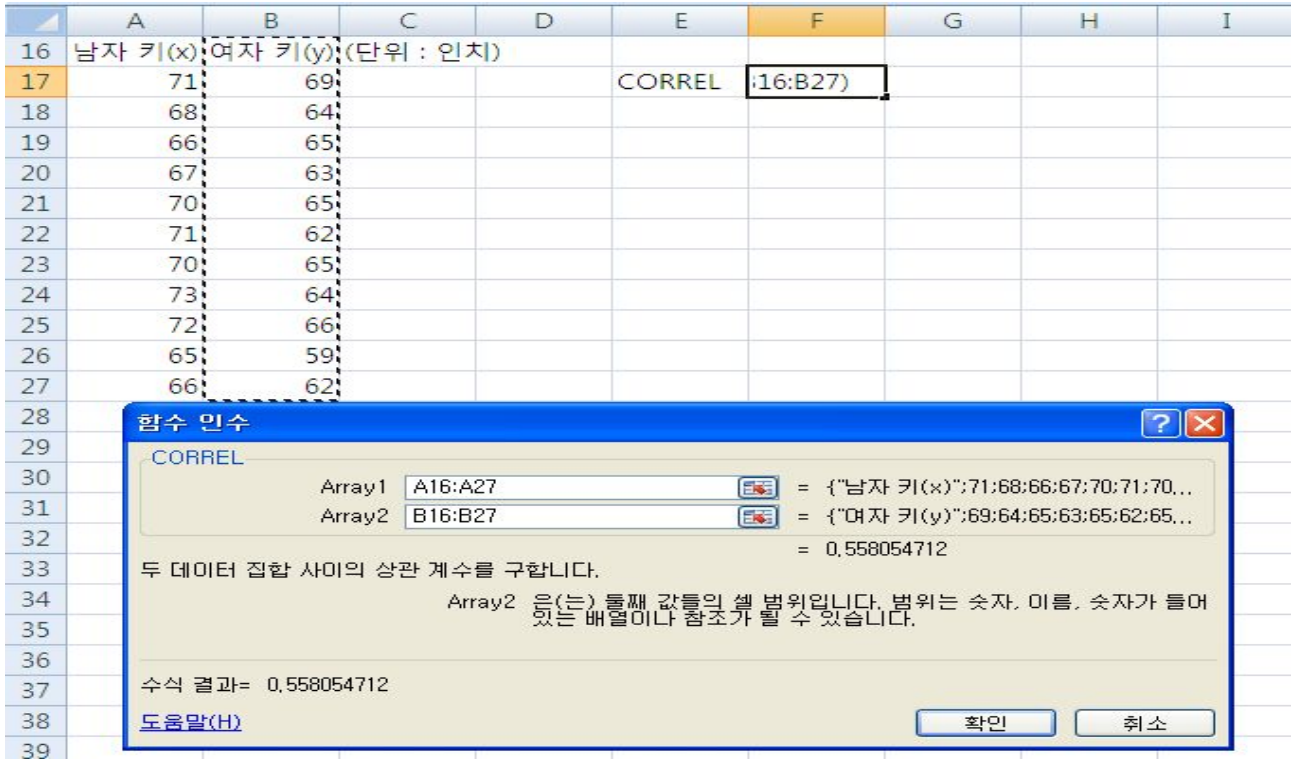
- **함수마법사를 클릭하고 '통계-CORREL' 함수를 선택함.**



# 제3장 상관분석

## 상관분석(correlation analysis)

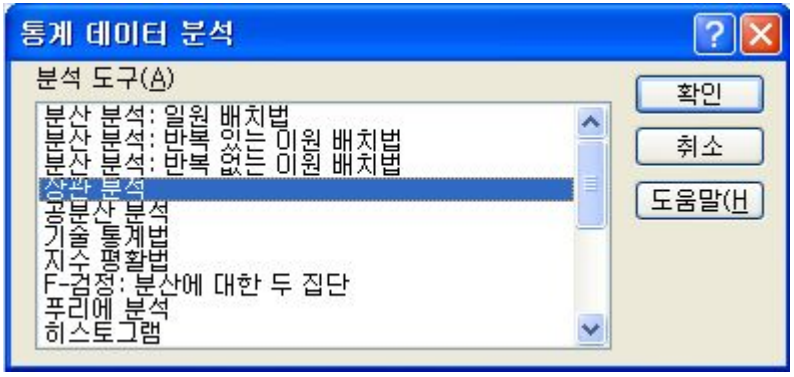
- Array1과 Array2에 데이터 영역을 선택, 확인 버튼을 누름.

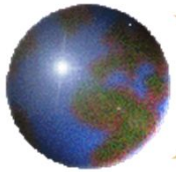


# 제3장 상관분석

## 상관분석(correlation analysis)

- **상관계수의 계산**
  - Excel의 메뉴에서 데이터-데이터 분석을 클릭한 후 '상관 분석'을 선택하고 확인 버튼을 누름.





# 제3장 상관분석

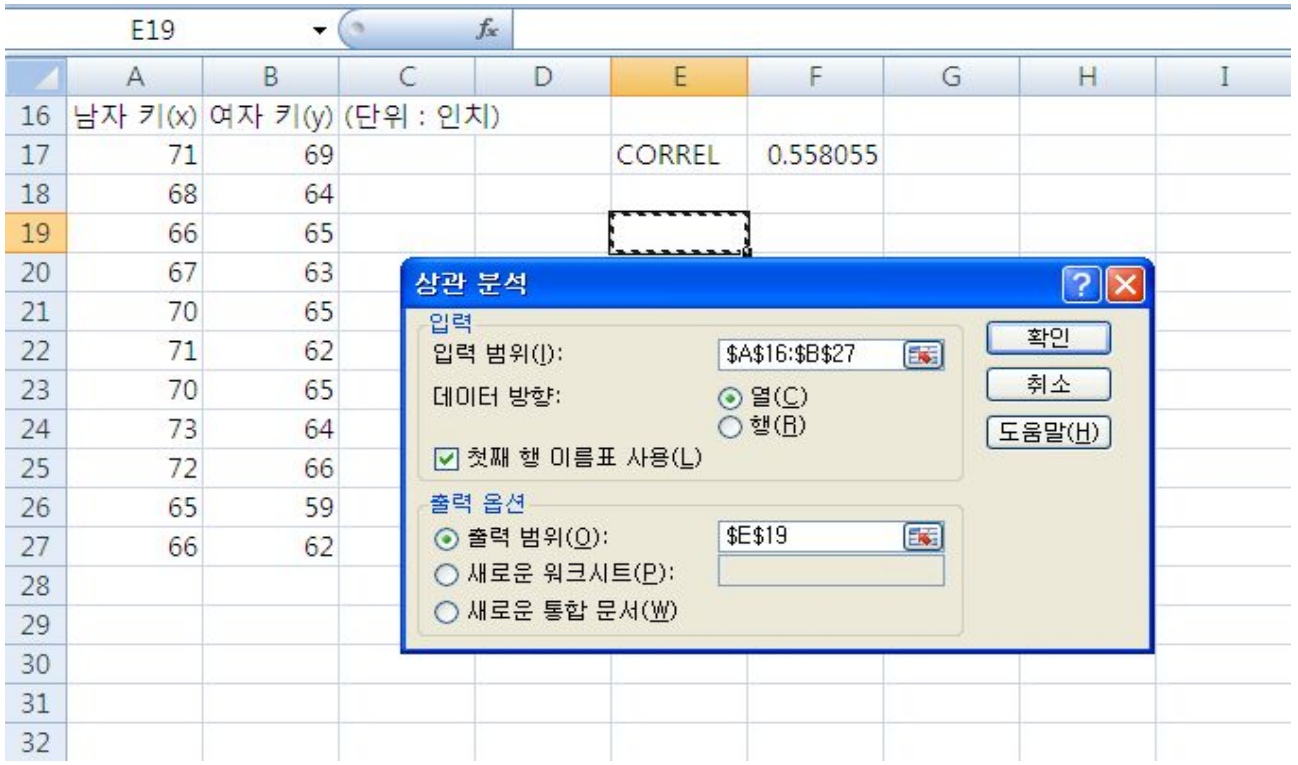
## 상관분석(correlation analysis)

- 상관계수의 계산
  - 입력범위는 두 데이터의 전체 영역을 선택함.
  - 데이터 방향은 자료들이 세로로 정렬되어 있으면 '열'(column)을, 가로로 정렬되어 있으면 '행'(row)을 선택
  - 데이터의 제목을 영역에 포함시키려면 첫째 행 이름표 사용을 선택, 그렇지 않으면 선택하지 않음.
  - 현재 작업 시트(sheet)에 출력하고자 할 경우 출력범위를 선택하여 출력하고자 하는 셀을 지정한 후 확인 버튼을 누름.

# 제3장 상관분석

## 상관분석(correlation analysis)

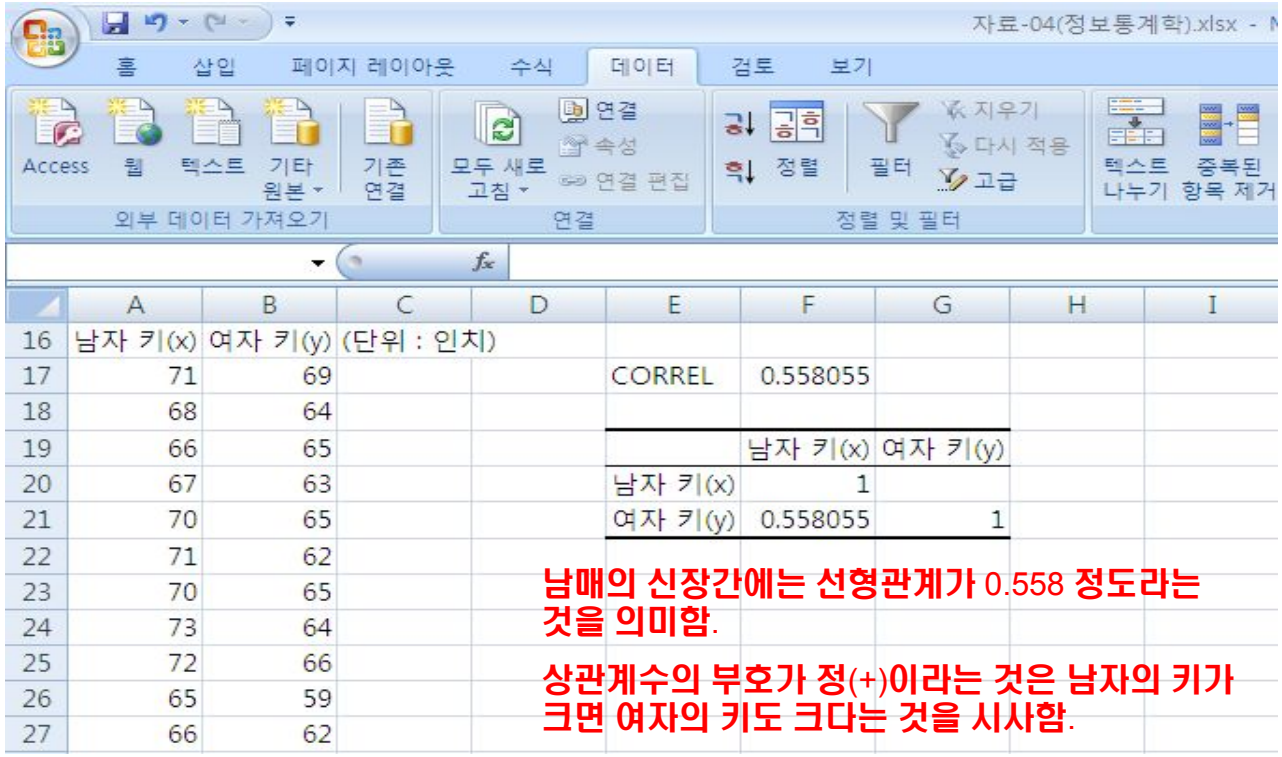
### ▪ 상관계수의 계산



# 제3장 상관분석

## 상관분석(correlation analysis)

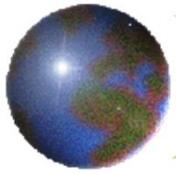
### ▪ 상관계수의 계산




| | A | B | C | D | E | F | G | H | I |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 16 | 남자 키(x) | 여자 키(y) | (단위 : 인치) | | | | | | |
| 17 | 71 | 69 | | | CORREL | 0.558055 | | | |
| 18 | 68 | 64 | | | | | | | |
| 19 | 66 | 65 | | | | 남자 키(x) | 여자 키(y) | | |
| 20 | 67 | 63 | | | 남자 키(x) | 1 | | | |
| 21 | 70 | 65 | | | 여자 키(y) | 0.558055 | 1 | | |
| 22 | 71 | 62 | | | | | | | |
| 23 | 70 | 65 | | | | | | | |
| 24 | 73 | 64 | | | | | | | |
| 25 | 72 | 66 | | | | | | | |
| 26 | 65 | 59 | | | | | | | |
| 27 | 66 | 62 | | | | | | | |

**남매의 신장간에는 선형관계가 0.558 정도라는 것을 의미함.**

**상관계수의 부호가 정(+)이라는 것은 남자의 키가 크면 여자의 키도 크다는 것을 시사함.**

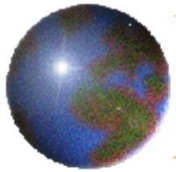


# 제3장 상관분석

## 상관분석(correlation analysis)

### ▪ 상관계수의 측정단위

- 상관계수의 또 하나의 특징은 어느 한 변수 또는 두 변수의 모든 값에 0이 아닌 상수가 더해지거나 곱해지더라도 그 값이 변하지 않는다는 것임. 즉, 상관계수는 측정척도의 원점과 단위의 변환으로 변경되지 않음.
- 이러한 결과는 상관계수의 사용에 대해 중요한 의미를 가짐. 즉, 측정값들이 단위가 센티미터나 인치 또는 분이나 초로 되어있든 변수들 간의 상관계수 값은 항상 일정함.
- 실제로 변수들 모두에 대하여 측정값의 원점 또는 단위가 변할 때에도 상관계수 r은 변하지 않는다는 사실은 상관계수의 활용범위를 크게 해줌.



# 제3장 상관분석

## 상관분석(correlation analysis)

- 상관계수의 한계
  - 상관계수는 수학적인 관계일 뿐 속성의 관계로 확대 해석해서는 안됨.
  - 상관계수는 선형관계의 척도임. 상관계수가 낮더라도 비선형(곡선)관계가 있을 수 있으므로 반드시 산점도(scatter diagram)로 확인해야 함.
  - 상관계수는 자료분석의 초기단계일 뿐 결론단계에 사용되는 통계량은 아님.